遗传算法和最小二乘匹配相结合的 DEM 匹配方法

杨容浩[1,2], 岑敏仪[1], 张同刚[1], 杨 佳[3]
(1. 西南交通大学 土木工程学院, 四川 成都 610031; 2. 成都理工大学 地球科学学院测绘工程系, 四川 成都 610059; 3. 成都理工大学 核技术与自动化学院, 四川 成都 610059)

摘 要: 针对传统最小二乘无控制 DEM 匹配方法拉入范围小的问题, 提出了一种遗传算法和最小二乘匹配相结合的无控制 DEM 匹配方法, 为了克服基于传统匹配模型的遗传匹配方法易陷入缩放系数为 0 的错误全局最优极值处的问题, 建立了采用距离等级划分的 DEM 匹配模型。在此基础上, 设计了遗传算法和最小二乘匹配相结合的匹配方法流程。仿真和实际数据实验结果均表明, 该方法能够保持最小二乘法匹配精度高和遗传算法拉入范围大的优点, 并有较好的稳定性和较高的收敛效率。

关键词: 无控制 DEM 匹配; 遗传算法; 最小二乘匹配; 匹配模型; LZD 算法
文献标识码: B 文章编号: 1000-288X(2010)03-0128-06 中图分类号: TP751.1, P208

DEM Matching Method Combining Genetic Algorithm with Least Squares Matching

YANG Rong-hao[1,2], CEN Min-yi[1], ZHANG Tong-gang[1], YANG Jia[3]
(1. *School of Civil Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu, Sichuan* 610031, *China*; 2. *Department of Surveying and Mapping, College of Earth Sciences, Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan* 610059, *China*; 3. *College of Applied Nuclear Technology and Automation Engineering, Chengdu University of Technology, Chengdu, Sichuan* 610059, *China*)

Abstract: The traditional methods of DEM matching without control points are based on least squares matching and their pull-in-range are poor. Aimed at this problem, a new method combining genetic algorithm with least squares matching was proposed by this paper. In order to avoid the scaling coefficient converge to the false extreme value 0 easily when using genetic matching method based on traditional matching model, this paper established a new matching model using distance grading. Accordingly, this paper designed the matching procedures of the method combining genetic algorithm with least squares matching. Results from experiments with simulated data and actual data show that the new method proposed by the paper keeps the least squares matching's merit of higher accuracy and the genetic algorithm's merit of larger pull-in-range and has better robustness and higher converging efficiency.

Keywords: DEM matching without control point; genetic algorithm; least squares matching; matching model; LZD algorithm

滑坡、泥石流等固体地球自然灾害已成为全球性问题, 这些地表自然灾害通常都伴随着巨大的地表变化, 有效确定地表变化范围和幅度是进行灾害评估、防治决策的重要依据。

数字高程模型(DEM, digital elevation model)是实际地球表面的理想表达工具, 可以通过航空摄影测量、卫星遥感、激光扫描、地面测量和地形图数字化等技术适时、准确获取, 将同一地区不同时相、采用不同方式获取的 DEM 进行匹配, 是进行地表变形监测的有效手段[1]。

无控制 DEM 匹配技术是解决 DEM 匹配中建立控制点成本高, 精度和效率低, 周期长等问题的有效途径, 已开始用于数字地面信息融合, 地表变形探测与分析, 三维空间数据的绝对定向等方面[2-10]。目前无控制 DEM 匹配技术可以分为两大类, 一类是基于特征提取的匹配方法, 另一类是基于整体点的匹配方法[2]。

基于特征提取的匹配方法受地面特征(如等高线、地性线等)的提取精度影响较大, 匹配精度不稳定, 且地面特征的提取需要花费较长的时间, 应用受到较大限制。传统基于整体点的匹配方法是建立在最小二乘匹配(LSM, least squares matching)基础上的, 这类方法具有较高的计算冗余度, 匹配精度较高,

收稿日期: 2009-07-26 修回日期: 2009-12-07
资助项目: 国家自然科学基金(40271092)
作者简介: 杨容浩(1978—), 男(汉族), 湖北省天门市人, 博士研究生, 讲师, 主要研究方向为数字摄影测量与模式识别、人工智能。E-mail: yangyonghao@cdut.cn。

还可以填补基于特征提取的匹配方法特征信息不明显对象难于匹配的空白[9-11]。

目前, 对基于整体点的匹配方法的研究主要集中在基准 DEM 与待匹配 DEM 之间的对应关系建立、提高算法运行效率和差异探测能力[2-5] 等方面。如 Besl 等[12] 提出的最近点迭代(Iterative closest points, ICP) 算法, Rosenholm 等[8] 提出的最小高差(least Z-difference, LZD) 算法和张同刚等[13] 提出的最小法向距离(least normal distance, LND) 算法等都是对基准DEM 与待匹配 DEM 之间对应关系建立进行的研究; 张同刚[6]、Besl[11] 等在他们的文献中分别提出了采用截尾最小二乘估计和 K—D 树的策略来提高算法的运行效率; Pilgrim 等[8-9] 提出的 M—LZD 和 Li[14] 等提出的 LMS—LZD 以及张同刚[6] 等提出的对 LZD 的改进方法等, 都是对算法的差异探测能力的研究。

但是, 由于无控制 DEM 匹配是一个复杂的多维、多峰最优化问题, 而最小二乘法是一种局部最优搜索策略。传统基于整体点的匹配方法收敛效果要受匹配初始状态的影响, 当待匹配 DEM 相对于基准 DEM 变形较大时, 很容易收敛到错误的局部最优解甚至不收敛[2], 因此, 有必要寻求一种方法来拉大基于整体点的匹配方法的收敛范围, 以此来提高该类方法的适用范围和自动化程度。

遗传算法(GA, genetic algorithms) 是一种常用的全局最优化方法, 该方法具有自组织、自适应、自学习性和本质并行性等特点, 对求解多维、多峰、全局优化问题相对于最小二乘法等传统优化算法有明显的优越性[15]。

本文拟研究基于 GA 和 LSM 相结合的无控制 DEM 匹配方法, 利用 GA 的全局最优搜索能力, 为 LSM 提供合适的初始解, 并充分发挥 LSM 精度高、速度快的优点。

1　遗传算法

GA 是由美国 Michigan 大学的 John Holland 与其同事、学生们在 20 世纪 60 年代末期到 70 年代初期研究形成的一个较完整的理论和方法, 主要通过模拟生物进化的机制来构造人工系统的模型[15], 其基本算法流程如图 1 所示。目前, 针对 GA 中的各个步骤, 均有不同的改进, 应用中可以根据实际需要进行选择。

2　新匹配方法

2.1　匹配模型

传统整体点无控制 DEM 匹配方法一般基于以下模型[2]:

$$E = \min \sum_i w_i \cdot | s \cdot R \cdot P_i + t - q_i |^2 \qquad (1)$$

式中: w_i ——取值 0 或 1, 用来处理DEM 表面没有覆盖相同区域的问题; $p_i = [p_{ix}, p_{iy}, p_{iz}]^T$ ——待匹配 DEM 上一点的坐标向量; $q_i = [q_{ix}, q_{iy}, q_{iz}]$ ——通过某种规则在基准 DEM 上建立的 p_i 的对应点坐标向量; s ——缩放系数; R ——旋转矩阵, $t = [t_x, t_y, t_z]^T$ ——平移向量, $i = 1, 2, \cdots, N$, N 为基准模型包含的点数。目标函数的实际意义为基准 DEM 与待匹配 DEM 对应点之间的距离平方和最小。

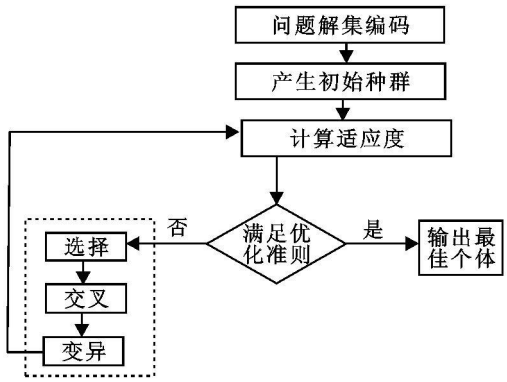


图 1　遗传算法基本流程式

由于 GA 是一种全局最优化方法, 采用以上传统匹配模型会出现以下 2 个问题:

(1) 算法容易搜索到错误的全局极小点, 即 $s = 0$, (为基准 DEM 上任一点) 或 w_i 全部为 0。

(2) 由于目标函数连续, 所以对匹配效果敏感, 收敛速度快, 但容易收敛到局部极值点。

为了解决这 2 个问题, 设计匹配模型:

$$V = \sum_{i=1}^{N} d(i) \qquad (2)$$

式中: N ——基准模型点数; $d(i)$ ——基准模型上第 i 点与待匹配模型对应点之间接近程度的量, 由以下函数给出

$$d(i) = \begin{cases} g_r(1), & d_z(i) = d_g(1) = 0 \\ g_r(j+1), & d_g(j) < d_z(i) \leqslant d_g(j+1) \\ g_r(N_g), & d_z(i) > d_g(N_g - 1) \end{cases} \qquad (3)$$

其中, $j = 1, 2, \cdots, N_g - 2$, $d_z(i) = | z_{基}(i) - z_{待}(i) |$ 表示基准模型上第 i 点与待匹配模型对应点的 Z 坐标之差的绝对值, 其对应关系建立方法与 LZD 方法相同, 对于不能在两模型上找到相同 X, Y 坐标的点, 其 $d_z(i) = \infty$; N_g 为对基准模型与待匹配模型对应点之间接近程度进行等级划分的等级数; g_r 和 d_g 分别为对基准模型与待匹配模型对应点之间接近程度进行等级划分的划分标准和对应等级的接近程度表示量。

$$g_r(h)=\begin{cases}\exp(-(j-1)/3) & j\neq N_g\\ 0, & j=N_g\end{cases}\quad(j=1,2,\cdots,N_g) \tag{4}$$

$$d_g(j)=\begin{cases}0, & j=1\\ d_{kz}^{*}\exp(j/2-1) & j\neq 1\end{cases}\quad(j=1,2,\cdots,N_g-1) \tag{5}$$

这里, d_{kz} 为对应点 Z 坐标之差参考量, 通过对基准模型以初始预匹配精度值 $p_\varphi, p_\omega, p_\kappa, p_x, p_y, p_z$ 为参数进行变换, 然后与原始基准模型进行对应点 Z 坐标差求解, d_{kz} 为绝对值最大的 Z 坐标之差(不包括 $d_z(i)=\infty$) 。其实际意义为: 如果待匹配模型与基准模型之间的对应点 Z 坐标绝对差均小于 d_{kz}, 则可认为已经收敛到精度要求范围。

2.2 匹配方法

由于 GA 是一种具有定向制导的随机搜索算法[15], 其优点在于能够以较快的速度找到求解问题的近似全局最优解, 但在最优解附近会收敛很慢, 甚至无法达到较高的精度。而 LSM 在有合适初始解的情况下, 能够快速、高精度的收敛到最优解。因此, 本文设计一种将 GA 和 LSM 相结合的无控制 DEM 匹配方法, 算法流程如图 2 所示。

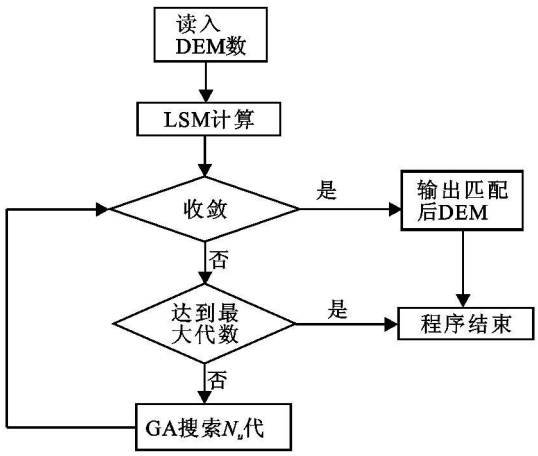


图 **2** 本文方法流程图

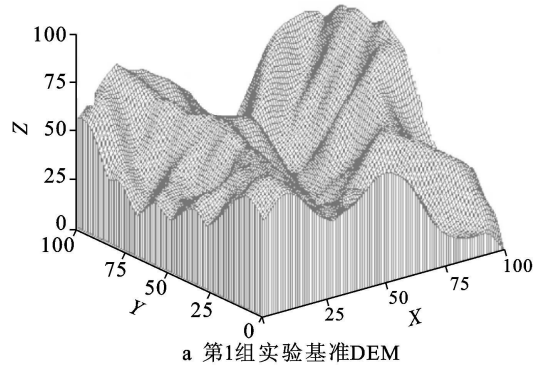
从图 2 可看出, 本文方法是以 LSM 作为 GA 迭代的终止条件, 而 GA 的作用是为 LSM 提供合适的初始匹配状态。其中, LSM 计算不是在 GA 每代搜索结束后, 而是在 GA 连续搜索 N_u 代后才进行, 目的在于避免 GA 没有搜索到全局最优解附近而频繁进行 LSM 计算浪费时间。

3 实验分析

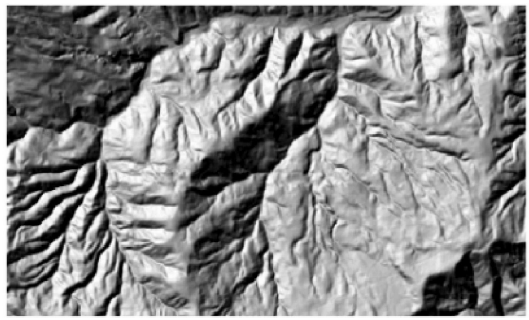
3.1 实验准备

为了验证本文方法的有效性, 设计了以下 2 组实验。第 1 组实验采用模拟数据, 原因在于模拟数据匹配前后基准 DEM 和待匹配 DEM 数据之间的点对应关系为已知, 能够有效、准确评价匹配效果。实验目的在于对本文提出的模型和方法进行性能指标测试, 并与传统模型和方法进行对比研究。第 2 组实验采用某泥石流沟区不同时期的实际 DEM 数据, 通过对匹配前后提取的山脊(谷) 线匹配情况的分析, 进一步验证本文方法的有效性。

2 组实验数据均为格网数据, 地面分辨率 10 m, Z 轴方向坐标转换为“格”单位, 每格 10 m。第 1 组实验基准 DEM 为某山区 DEM (图 3a) , 大小为 101 格 × 108 格, 待匹配 DEM 为在基准 DEM 上截取大小为 91 格 × 101 格, 添加均值为 0, 方差为 1 的高斯噪声并进行平移、旋转、缩放以后生成。第 2 组实验基准 DEM 为某泥石流沟区 1987 年 DEM(图 3b) , 大小为 230 格 × 383 格, 待匹配 DEM 为该地区 1957 年 DEM, 大小为 149 格× 283 格。



a 第1组实验基准DEM



b 第2组实验基准DEM

图 **3** 实验数据

采用 MathWorks 公司的 MATLAB 7.01 软件作为试验程序开发和执行平台, 操作系统为 MS Windows XP, 基本硬件条件为 Intel Core Duo T2300 双核处理器, 2.00GB 内存, 1.66GHz 主频。

第 1 组实验性能评价指标包括速度、精度和拉入范围。其中, 速度指标用完成一次匹配所花费时间(time) 衡量; 精度指标用匹配完成后基准 DEM 与待匹配 DEM 之间对应点距离的均方根误差(RMSE)

衡量; 拉入范围指标为相应方法能够正确完成匹配的情况下, 待匹配 DEM 相对于基准 DEM 最大的变形参数。

结合实际应用需要, 将 3 个平移参数的期望精度(p_x, p_y, p_z)设置为 0.01 格, 缩放系数的期望精度(p_s)为 0.01, 旋转角度的期望精度(p_φ, p_ω, p_κ)为 1″。遗传算法种群大小 N 为 100, 初始种群范围 t_x, t_y, t_z 同为[0, 30], s 为[0.5, 2], φ, ω, κ同为[- 30°, 30°], 接近程度等级划分级数 N_g 为 10, GA 迭代终止条件为达到最大遗传代数(60 代)或者连续 10 代最优目标值变化小于 1%。采用 Rosenholm[8] 提出的方法对待匹配 DEM 表面点在基准 DEM 表面寻找对应点。由于 GA 是一种随机搜索算法, 并不能保证百分百收敛到全局最优解, 因此, 每组数据重复测试10 次。

3.2　实验设计

第 1 组实验分为以下几个部分进行。

(1) 基于传统模型(式(1))的 GA 匹配方法性能测试。模拟变形参数为 φ= ω= κ= 5 k(°), s= 0.2 k + 1, t_x= t_y= t_z= k+ 1(格)。当 k= 1, 2, …, 10 时, 100 次实验结果表明, 传统模型无法避开收敛到 s= 0 的错误全局最优极值处(或其附近)。

(2) LSM 方法性能测试。模拟变形参数为 φ= ω= κ= 10 k(°), s= 0.01 k+ 1, t_x= t_y= t_z= 0.1 k (格), 其中, k= 1 时, 匹配前 RMSE 为 4.96 格, k= 2 时, 匹配前 RMSE 为 9.68 格。迭代终止条件为连续 2 次迭代求得的转换参数之差小于限差(平移量为0.01 格, 缩放系数为 0.001, 角度为 1″)或者达到最大的迭代次数 50。

结果显示, ICP 算法在 k= 1 时, RMSE 为 9.23 格, 已经发散; LZD 算法在 k< 23 时收敛, 最快 3.98 s, 最慢 40.02 s, 平均 17.15 s, 且收敛时间是随 k 的增大而增加; RMSE 不超过 1.01 格。

(3) 基于本文模型式(2)的 GA 匹配方法性能测试。模拟变形参数同 1, 实验结果见表 1。

表 **1**　基于本文模型的 **GA** 匹配方法效果

参数	平均收敛		最快收敛	最慢收敛	最佳收敛		最差收敛	
	时间/ s	均方根误差/ 格	时间/ s	时间/ s	时间/ s	均方根误差/ 格	时间/ s	均方根误差/ 格
1	296.5	2.07	59.5	548.8	59.5	1.67	347.8	2.72
2	287.0	2.31	52.2	506.5	399.0	1.66	56.1	4.31
3	247.9	2.20	51.8	499.7	499.7	1.55	53.2	4.31
4	219.7	2.38	59.4	437.0	320.9	1.59	202.7	3.97
5	145.1	2.94	61.5	282.6	112.5	1.14	158.4	6.59
6	251.9	4.11	58.6	415.5	410.8	2.01	358.9	7.33
7	228.9	3.66	54.8	430.1	328.9	1.64	224.8	7.84
8	348.7	4.55	113.5	509.5	426.9	1.70	472.0	8.17
9	273.1	4.00	60.5	549.5	221.6	1.73	382.2	8.24
10	255.8	4.19	106.3	557.2	213.4	1.50	106.3	9.63

(4) 本文方法匹配性能测试。模拟变形参数同(1), 每组参数重复运行 10 次, 参数 N_u= 3, LZD 迭代终止条件与(2)同, 但最大迭代次数为 20, 且只有在其终止时迭代次数小于 20 的情况下, 才认为收敛。结果显示, 在 k< 15 时, 每次都能收敛, RMSE 与(2)测试 LZD 算法一致。收敛时间情况见图 4。第 2 组实验为采用本文方法对如图 3b 所示实际泥石流沟区间隔 30 a 的两期 DEM 进行匹配实验, 并对匹配前后 DEM 提取山脊线和山谷线, 匹配效果见图 5 所示。

3.3　实验分析

3.3.1　第 1 组实验　实验部分(1)结果易见, 基于传统模型的 GA 匹配方法容易陷入错误的全局最优极值处, 与前述理论分析结论一致。实验部分(2)结果表明, ICP 算法不适合用于只有部分重叠区域的 3D 表面匹配, 与文献[3]结论一致。

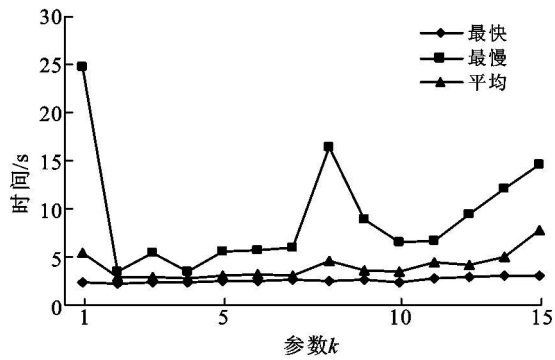
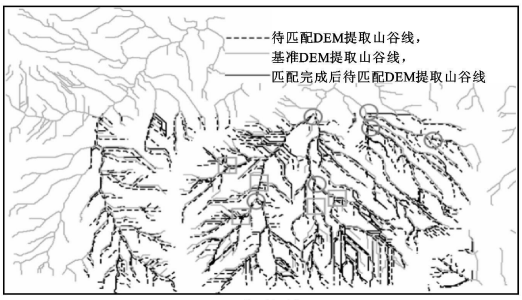
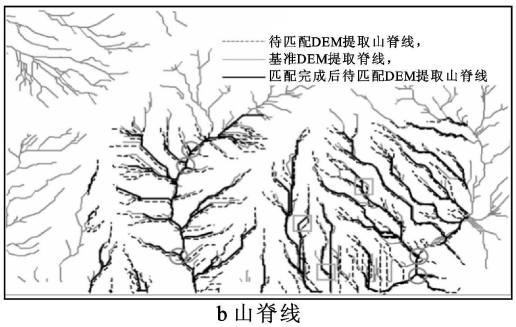


图 **4**　**GA+ LZD** 方法收敛时间



a 山谷线



b 山脊线

图 5 实际 DEM 数据特征线匹配效果

比较实验部分(2)和(3)结果,可以看出,基于本文模型的 GA 匹配方法相较于 LZD 算法拉入范围提高明显,但精度整体不如 LZD 算法,最佳收敛效果与 LZD 算法接近,平均收敛效果和最差收敛效果都明显低于 LZD 算法;而收敛最快速度和 LZD 算法接近,整体上要慢得多。

比较实验部分(2),(3)和(4)结果,可以看出,本文提出的基于 GA 和 LZD 相结合的匹配方法,能够保持 LZD 算法高精度和 GA 拉入范围大的特点,收敛效率相对于 GA 匹配方法提高明显,其平均收敛时间和 LZD 算法相当,少数情况下最慢收敛时间明显多于 LZD 算法,但大多数情况下只是略低于 LZD 算法,表明该方法有较高的稳定性和收敛效率。

从图 5 也能看出,在有噪声影响的情况下,待匹配 DEM 与基准 DEM 之间不具有一致的等高线和特征点(山顶点和谷底点),本文方法收敛时,也能收敛到正确的位置。

3.3.2 第 2 组实验 从图 5a,5b 均可以看出,57 a 和 87 a 的两期 DEM 在匹配前山谷(脊)线位置差异明显,平移、旋转和缩放产生的位置差异占主导地位。而从图 5 中匹配完成后的 57 a 山谷(脊)线和 87 a 山谷(脊)线匹配情况可以看出,山谷(脊)线在绝大多数地方都能较好的吻合,特别是大多数的山脊(谷)线分叉点(如图中圆圈标记处(未完全标记))都能够处于重合位置,表明本文方法能够较好的完成匹配。对于少量不重合的地方(如图中方框标记处(未完全标记)),大部分是由于泥石流冲刷和堆积产生,也有部分是由于山脊(谷)线提取的不确定性因素产生[16]。

4 结 论

基于 GA 的无控制 DEM 匹配,经实验证实,采用等级划分的 DEM 匹配模型,可以解决常规匹配模型易收敛到缩放系数 s 为 0 的错误全局最优极值处(或其附近)的问题;该方法在拉入范围方面,相对于常规的 LZD 算法有明显的改进,但匹配精度和收敛效率要较 LZD 算法低。

将 GA 和 LZD 算法相结合的无控制 DEM 匹配方法,融合了 GA 拉入范围大和 LZD 算法收敛精度高的优点,并且 GA 能够以较快的速度收敛到全局最优解附近,为 LZD 算法提供合适的初始匹配状态,因此也有较高的收敛效率。

由于 GA 的收敛效果要受初始种群范围设置的影响,因此,本文方法还不是一种绝对意义上的全局最优化方法,今后的研究要研究具有普适意义的初始种群设置方法。另外,GA 的编/解码策略、遗传算子的选择和参与匹配计算的采样点的选择等对匹配效率影响也比较大,因此,今后的研究工作中也要对这些方面进行关注。

从以上仿真实验和实际 DEM 数据实验结果容易看出,本文方法能够准确、快速地将待匹配 DEM 和基准 DEM 的统一到同一坐标系下,受噪声(较小变形)影响较小。因此,本文方法可用于泥石流灾害监测、土壤侵蚀、滑坡变形预报等领域,这也是本文后续工作的重点。

[参 考 文 献]

[1] 冯义从,岑敏仪,张同刚.用于无控制 DEM 匹配与差异探测监测泥石流灾害的方法研究[J].水土保持通报,2007,27(1):74-77.

[2] 张同刚,岑敏仪,冯义从.用于无控制 DEM 匹配的 LZD 和 ICP 算法的比较[J].中国图象图形学报,2006,11(5):714-719.

[3] 张同刚,岑敏仪,吴兴华.基于差分模型的无控制 DEM 差异探测方法[J].西南交通大学学报,2006,41(1):91-96.

[4] Salvi J, Matabosch C, Fofi D, et al. A review of recent range image registration methods with accuracy evaluation [J]. Image and Vision Computing, 2007,25(5):578-596.

[5] Akca D, Gruen A. Recent Advances in Least Squares 3D Surfaces Matching [C]//Optical 3-D Measurement Techniques VII, Vienna, Austria, 2005(II): 197-206.

[6] 张同刚,岑敏仪,秦军,等.多时相 DEM 匹配探测泥石流地表变形的新方法[J].水土保持通报,2006,26(3):96-100.

[7] Zhang T, Cen M. Robust DEM co-registration method for terrain changes assessment using least trimmed squares estimator [J]. Advances in Space Research, 2008, 41(11): 1827-1835.

[8] Rosenholm D, Torelegard K. Three-dimensional absolute orientation of stereo models using digital elevation models[J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1988, 54(10): 1385-1389.

[9] Pilgrim L J. Robust estimation applied to surface matching[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 1996, 51: 243-257.

[10] Pilgrim L J. Surface matching and difference detection without the aid of control points[J]. Survey Review, 1996, 33(259): 291-304.

[11] 熊兴华, 钱曾波, 王任享. 遗传算法与最小二乘法相结合的遥感图像子像素匹配[J]. 测绘学报, 2001, 30(1): 54-59.

[12] Besl P J, Mckay N D. A Method for Registration of 3-D Shapes[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256.

[13] 张同刚, 岑敏仪, 吴兴华. 无控制 DEM 匹配的最小法向距离算法[J]. 自然科学进展, 2006, 16(7): 868-873.

[14] Li Z, Xu Z, Cen M, et al. Rubust surface matching for automated detection of local deformations using least-median-of-squares estimator[J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 2001, 67(11): 1283-1292.

[15] 王小平, 曹立明. 遗传算法: 理论、应用与软件实现[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2002: 20-49.

[16] 汤国安, 杨昕. ArcGIS 地理信息系统空间分析实验教程[M]. 北京: 科学出版社, 2006: 446-452.

(上接第 111 页)

[11] Nathan R J, McMahon T A. Evaluation of automated techniques for baseflow and recession analyses [J]. Water Resources Research, 1990, 26: 1465-1473.

[12] Institute of Hydrology. Low flow studies [R]. Wallingford, Oxon, United Kingdom, report No. 3, 12-19.

[13] Wahl K L, Wahl T L. Determining the flow of Comal Springs at New Braunfels, Texas [C]// Texas Water'95, American Society of Civil Engineers. San Antonio, Texas, August 6-17, 1995: 77-86.

[14] 钱云平, 蒋秀华, 金双彦, 等. 黄河中游黄土高原河川基流特点及变化分析[J]. 地球科学与环境学报, 2004, 26(2): 88-91.

[15] Smakhtin V U. Low flow hydrology: a review [J]. Journal of Hydrology, 2001, 240: 147-186.

[16] Barnes B S. The structure of discharge recession curves [J]. Transactions of American Geophysical Union, 1939, 20(4): 721-725.

[17] Arnold J G, Allen P M. Automated methods for estimating baseflow and ground water recharge from streamflow records [J]. Journal of the American Water Resources Association, 1999, 35(2): 411-424.

[18] Santhi C, Allen P M, Muttiah R S, et al. Regional estimation of baseflow for the conterminous United States by hydrologic landscape regions [J]. Journal of Hydrology, 2008, 351: 139-153.

[19] Arnold J G, Allen P M, Muttiah R, et al. Automated base flow separation and recession analysis techniques [J]. Ground Water, 1995, 33(6): 1010-1018.

[20] 黄国如. 流量过程线的自动分割方法探讨[J]. 灌溉排水学报, 2007, 26(1): 73-78.

[21] 詹道江, 叶守泽. 工程水文学[M]. 北京: 中国水利水电出版社, 2000: 77-78.

[22] 梅德门特. 水文学手册[M]. 张建云, 李纪生, 译. 北京: 科学出版社, 2002: 314-316.