

# 基于 Kendall 重现期的华南中小流域 洪水峰量联合分布研究

赵玲玲<sup>1,2,3,4,6</sup>, 杨兴<sup>5</sup>, 刘丽红<sup>5</sup>, 刘昌明<sup>4,6</sup>

(1. 广东省遥感与地理信息系统应用重点实验室, 广东 广州 510070;

2. 广州地理研究所 广东省地理空间信息技术与应用公共实验室, 广东 广州 510070;

3. 广州地理研究所, 广东 广州 510070; 4. 中国科学院 地理科学与资源研究所, 北京 100101;

5. 安徽理工大学 地球与环境学院, 安徽 淮南 232000; 6. 北京师范大学 水科学学院, 北京 100875)

**摘要:** [目的] 对山区中小流域洪水峰量联合分布进行研究, 以期对山区洪水防治提供理论参考。[方法] 基于 Archimedean Copula 函数与 Kendall 测度分析 3 个山区中小流域的洪峰洪量联合分布的 3 种重现水平。由择优构建的 Gumbel Copula 及 Kendall 测度计算了洪水峰量联合分布的“或”、“且”和 Kendall 重现期及其设计洪水分位数。[结果] ①洪峰和洪量之间具有高相关性, Kendall 秩相关系数达 0.76 以上; ②3 个流域洪水峰量同频遭遇风险概率很大, 均超过 81%; ③在工程经济安全两方面, 对比设定的重现期显示, 介于“或”重现期和“且”重现期之间的 Kendall 重现期更准确地反映洪水峰量联合分布的风险率; ④按两变量“或”重现期洪水峰量和同频率推算的洪水设计值偏高。[结论] 以 Kendall 重现期推算的洪水峰量设计值, 可为山区中小流域防洪工程安全提供新的选择。

**关键词:** Gumbel Copula 函数; Kendall 测度; 洪水峰量联合分布; Kendall 重现期; 洪水要素设计分位数; 防洪工程

文献标识码: B

文章编号: 1000-288X(2020)01-0162-08

中图分类号: TV122

**文献参数:** 赵玲玲, 杨兴, 刘丽红, 等. 基于 Kendall 重现期的华南中小流域洪水峰量联合分布研究[J]. 水土保持通报, 2020, 40(1):162-169. DOI:10.13961/j.cnki.stbctb.2020.01.024; Zhao Lingling, Yang Xing, Liu Lihong, et al. Joint distribution of flood peaks in medium and small watersheds of South China based on Kendall's return period[J]. Bulletin of Soil and Water Conservation, 2020, 40(1):162-169.

## Joint Distribution of Flood Peaks in Medium and Small Watersheds of South China Based on Kendall's Return Period

Zhao Lingling<sup>1,2,3,4,6</sup>, Yang Xing<sup>5</sup>, Liu Lihong<sup>5</sup>, Liu Changming<sup>4,6</sup>

(1. Key Laboratory of Guangdong for Utilization of Remote Sensing and Geographical

Information System, Guangzhou, Guangdong 510070, China; 2. Guangdong Open Laboratory of

Geospatial Information Technology and Application, Guangzhou, Guangdong 510070, China; 3. Guangzhou

Institute of Geography, Guangzhou, Guangdong 510070, China; 4. Institute of Geographic Sciences and Natural

Resources Research, CAS, Beijing 100101, China; 5. Department of Earth and Environment, Anhui University of Science &

Technology, Huainan, Anhui 232000, China; 6. College of Water Sciences, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

**Abstract:** [Objective] The joint distribution of flood peaks in small and medium watersheds in mountainous areas of South China was examined to provide a theoretical reference for flood control in mountainous areas. [Methods] Based on the Archimedean Copula function and the Kendall measure, three kinds of recurrence levels of the combined distribution of flood peaks in selected watersheds of three mountainous areas were analyzed.

收稿日期: 2019-09-30

修回日期: 2019-10-31

**资助项目:** 国家自然科学基金项目“变化环境下华南中小流域设计暴雨洪水同频率假定检验与作用机制”(项目批准号:41771044); 广东省水利科技创新重点项目(2016-14); 广东省科学院发展专项资金项目(2019GDASYL-0104003, 2020GDASGX-00401); 广东省科技计划项目(2018B030324002)。

**第一作者:** 赵玲玲(1980—), 女(汉族), 河南省安阳市人, 博士, 副研究员, 主要从事流域水文循环模拟研究。Email: linglingzhao@foxmail.com。

The “OR”, “AND” and Kendall return periods and their design flood quantiles for the joint distribution of flood peaks were calculated based on the Gumbel Copula function and Kendall measures. [Results] ① There was a high correlation between flood peak and flood volume (Kendall correlation coefficient  $>0.76$ ); ② The probability of flood peaks in three basins was very high, all exceeding 81%; ③ In terms of engineering economic security, the comparison of the set-up period showed that the Kendall return period between the “OR” and the “AND” return periods more accurately reflects the risk ratio of the joint distribution of flood peaks; ④ The flood design value calculated by the two-variable “OR” return period and the same frequency were higher. [Conclusion] The design value of peak flood volume calculated from Kendall recurrence period can provide new safety insights for flood control projects in small and medium-sized mountain basins.

**Keywords: Gumbel Copula function; Kendall measure; flood peak joint distribution; Kendall return period; design flood quantile; flood control project**

水文极端事件的风险概率及其相应的重现期标准是当前设计洪水计算中迫切需要解决的重要科学与工程应用问题。受亚热带季风性气候影响,华南地区天气系统复杂中小尺度天气系统十分活跃,汛期降雨具有强度大,季节性强,时间短、范围小、致灾性重等特点<sup>[1]</sup>,山区地貌陡峻,河道坡降大,山洪灾害频发。在气候变化背景下,山区中小流域增大了极端降水频率与强度,产生的山洪灾害已成为防灾减灾的重点<sup>[2]</sup>。研究年内洪水最大洪峰和洪量的分布类型和重现期,均可作为防洪工程建设和优化的依据。但是单变量频率的分析并不能满足洪水多个特征属性的特点,且变量之间存在相依性,因此同时考虑洪峰和洪量两个洪水特征之间的联合频率,对流域洪水特征的分析是一个重要的研究方面。近年来,对洪峰、洪量和洪水历时等多变量联合分析受到关注<sup>[3-11]</sup>,其中 Copula 函数能够灵活的联结两变量或多变量的水文因子联合分布,在水文变量分析中得到广泛的应用。Nelson<sup>[12]</sup>总结了 Copula 相关研究领域的主要成果,谢华等<sup>[13]</sup>对水文频率研究中二维联合概率采用的 4 种阿基米德族 Copula 函数及其综合选优做了述评。侯芸芸等<sup>[14]</sup>、陈子燊等<sup>[9]</sup>应用 Copula 函数,探讨洪水三变量的联合概率分布和条件概率分布,验证了 Copula 函数可以在三维洪水变量中的适用。郭生练等<sup>[15-16]</sup>对多变量水文分析计算中的应用与研究进展作了述评,指出对于给定的重现期如何合理地选择联合设计值是关键问题。

目前联合频率分析多集中在对两要素的“或”和“且”重现期上,Salvadori 等<sup>[17]</sup>和有关研究<sup>[9,15]</sup>表明使用 Copula 函数计算多变量“或”联合重现期和“且”联合重现期十分简便,可为风险分析提供一种非常简单而又有效的方法。但“或”联合重现期和“且”联合重现期在危险域或安全域划分上存在局限性,

Salvadori 等<sup>[18]</sup>等引入了一个新的可与特定事件联合重现期相关联的分布函数——Kendall 测度,并定义了一个新重现期 Kendall 重现期,其涵义为超过阈值事件的平均到达时间(临界事件)。相比于传统重现期,Kendall 联合重现期的提出改进了多变量联合设计的可靠性<sup>[19]</sup>,为处理潜在危险(破坏性)的随机事件的频率分析领域提供了新的研究途径,Corbella S 等<sup>[20]</sup>等在海岸侵蚀中进行了应用;陈子燊等<sup>[8]</sup>在城市洪涝中基于 Kendall 重现期推算的不同历时暴雨组合的设计暴雨分位值,验证了 Kendall 重现期优于传统的重现期;刘章君等<sup>[21]</sup>考虑了洪峰、洪量与水库调洪规则的交互作用中发现 Kendall 和生存 Kendall 重现期也存在不同程度的偏低或偏高;范嘉炜等<sup>[22]</sup>、史黎翔等<sup>[23]</sup>在城市洪涝、无定河流域中应用研究,也验证了 Kendall 重现期的合理性。但是对于山区中小流域山洪特点下 Kendall 重现期的相关研究存在不足,能否适用于山区中小流域洪水设计工程中还有待研究。因此,本文拟通过对华南三个山区中小流域的洪峰和洪量联合分布的实例,分析“或”重现期、“且”重现期和 Kendall 重现期的设计水平之间的差异,以为多变量洪水频率分析在山区洪水中的应用提供理论参考。

## 1 理论与方法

### 1.1 Copula 函数

Copula 理论指出多个变量的联合分布可分解为多个不同的边缘分布,通过一个 Copula 函数构建联合分布。据此理论,设  $(x, y)$  为二维随机变量,  $u = F_X(x)$ ,  $v = F_Y(y)$  为连续的边缘分布函数,则有唯一的 Copula 函数  $C$  使得:

$$F(x, y) = P(X \leq x, Y \leq y) \\ = C[F_X(x), F_Y(y)] = (u, v) \quad (1)$$

式中:  $F(x, y)$  为联合分布函数,关于 Copula 函数性

质的更详细描述可参阅 Salvadori 等 (2007)<sup>[24]</sup> 的论述。

## 1.2 重现期定义

1.2.1 “或”与“且”重现期 定义极端事件  $E_{OR}^V$  为:  $E_{OR}^V = \{Q > q \vee R > r\}$ , 表示两变量任一变量超过临界值。称极端事件  $E_{OR}^V$  的“或”(“OR”)联合重现期(或称首次重现期, primary return periods)<sup>[19]</sup> 为:

$$T_{u,v}^{OR} = \frac{\mu}{1 - C(u, v)} \quad (2)$$

定义极端事件  $E_{AND}^A$  为:  $E_{AND}^A = \{Q > q \wedge R > r\}$ , 表示两变量同时超过临界值, 则极端事件  $E_{AND}^A$  的“且”(“AND”)联合分布重现期为:

$$T_{u,v}^{AND} = \frac{\mu}{1 - u - v + C(u, v)} \quad (3)$$

式中:  $\mu$ ——两个连续事件的平均到达时间。

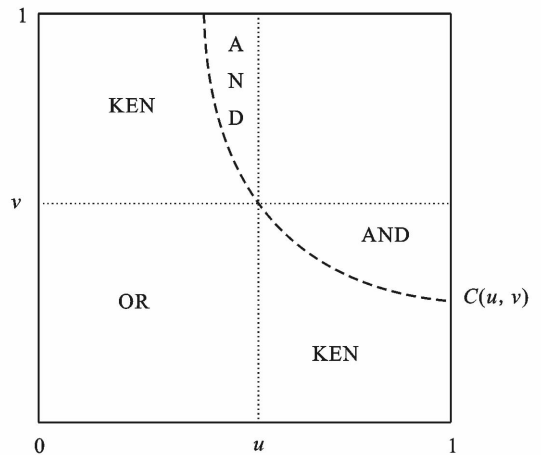
1.2.2 Kendall 分布函数与 Kendall 重现期 从“或”和“且”重现期可知, 相同的累积频率均可产生相同的重现期, 不会因  $u, v$  组合事件的不同而改变。为解决由“或”和“且”重现期存在的对安全事件与危险事件错误的识别, 又将其分为亚临界(安全域)、临界(警戒事件)和超临界(危险域)3种情景<sup>[24-25]</sup>。通过判定累积概率不超过某临界概率, 将多维的极值事件投射为一维分布, 完全区分了安全事件与危险事件在空间域的分布。黄强等<sup>[11]</sup>对此作了详细的图解说明。与 Copula 函数累积概率为  $t$  的  $(u, v)$  组合值相关联的 Kendall 测度  $K_C$  为:

$$K_C(t) = t - \frac{\varphi(t)}{\varphi'(t)} \quad (0 < t \leq 1) \quad (4)$$

式中:  $\varphi(t)$  为  $K_C$  生成元;  $\varphi'(t)$  为  $\varphi(t)$  的右导数。由 Kendall 测度确定的重现期称为 Kendall 重现期 ( $T_{KEN}$ ):

$$T_{KEN}(x, y) = \frac{\mu}{1 - K_C(t)} \quad (5)$$

Graler 等<sup>[26]</sup>对二维 Copulas 的“或”、“且”和 Kendall 重现期三种联合重现期(JRP)的不等关系作了图示解释(图 1): 对于一固定的设计事件  $(u, v)$ , 其累积分布单位平方图内不同的重现期  $T_{OR}$ ,  $T_{KEN}$  和  $T_{AND}$  可以用  $1/(1 - \text{面积}(\text{安全事件}))$  表示。如图 1 所示, “或”重现期定义仅将左下角矩形中的所有事件视为安全的。Kendall 重现期将左上角和右下角的曲线区域(KEN)与左下角的矩形区划为安全域, 从而使同一设计事件  $(u, v)$  产生的重现期比“或”重现期更大。“且”重现期则进一步添加了左上角和右下角的矩形, 从而得到最大的重现期。由式(2)~(5)和图 1 可知“或”、“且”和 Kendall 重现期之间的不等关系为:  $T_{OR} \leq T_{KEN} \leq T_{AND}$ 。



注:  $(u, v)$  为某一设计事件;  $C(u, v)$  为 Copula 水平曲线; KEN 为 Kendall 重现期定义的安全域; AND 为 And 重现期定义的安全域; OR 为 or 重现期定义的安全域。

图 1 3种联合分布重现期定义的图示说明<sup>[26]</sup>

## 1.3 水文特征设计值

由概率论,  $Q \geq q$  条件下  $W \geq w$  的累积概率分布为:

$$P(W \geq w | Q \geq q) = \frac{1 - F_W(w) - F_Q(q) + F(q, w)}{E(L) \cdot [1 - F_Q(q)]} \quad (6)$$

此条件概率属于超值概率, 可定义为遭遇概率。分析二者的遭遇概率有助于进一步认识流域洪水事件的统计规律, 对于防洪管理决策具有重要的参考意义。

由于对某预定的重现期存在无数个满足防洪标准的多变量分位值组合, 如何合理地推算联合设计值的问题成为一个关键问题<sup>[15]</sup>。有关研究指出, 在重现期分位值相同情况下, 必然存在一个组合值使得联合概率密度达到最大值, 可利用以下公式推算联合分布设计值:

$$(u_m, v_m) = \underset{(u, v) \in S_p^V}{\operatorname{argmax}} f(u, v) \quad (7)$$

$$f(u, v) = c(u, v) f(u) f(v) \quad (8)$$

式中:  $(u_m, v_m)$  为两变量联合概率密度达到最大值时的组合设计值;  $f(u), f(v)$  为边缘分布的概率密度函数;  $c(u, v)$  为二维 Archimedean Copula 的概率密度函数。

## 2 实例分析

### 2.1 流域概况

本文选取广东省中小流域曹江、田头水和罗坝水流域作为研究区, 各站点位置为大拜水文站  $E111^{\circ}09'N22^{\circ}03'$ , 结龙湾水文站  $E114^{\circ}11'N24^{\circ}54'$ , 赤溪水文站  $E113^{\circ}08'N25^{\circ}03'$ , 其中田头水流域只有广东省内水系。3个流域均为山区中小流域, 地形崎岖、河流坡度大并且人为影响较小, 其中曹江流域是广东省

三大暴雨中心,出口断面大拜水文站集水面积 394 km<sup>2</sup>,流域多年平均年雨量可达 2 160 mm,最大平均年雨量达 3 150 mm。赤溪水文站位于广东乐昌市庆云镇赤溪,是珠江流域北江水系武江支流田头水流域的控制站,集水面积为 396 km<sup>2</sup>。结龙湾水文站是珠江流域北江水系一级支流墨江下游罗坝水流域的控制站,集水面积 81 km<sup>2</sup>,流域多年平均年径流量 2.75×10<sup>8</sup> m<sup>3</sup>。

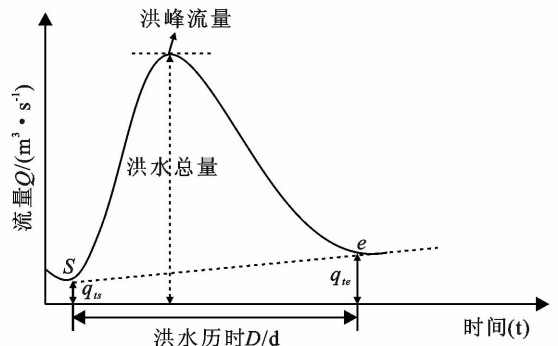
本研究分别收集了大拜水文站 1967—2013 年、赤溪水文站 1967—2016 年、结龙湾水文站 1967—2016 年场次洪峰流量数据。依据超定量法<sup>[27]</sup>,首先根据 3 个水文站枯水年最大洪峰流量为最小阈值,然后按各场洪水流量过程线提取洪峰流量并计算出该场洪水的洪量与历时,并剔除较差线型的洪水样本。为保证不同洪水之间的独立性,各场次洪峰发生的时间间隔要求大于流域汇流时间。3 个流域分别抽取了 231,169,264 场洪峰流量和相应洪量作为峰量联合分布的分析样本。

根据洪水流量过程线(图 2)提取洪峰流量  $Q$  (m<sup>3</sup>/s)、洪水历时  $D$ (天)和洪水总量(洪量) $W$ :

$$D = t_e - t_s \tag{9}$$

$$W = \left[ \sum_{i=t_s}^{t_e} q_i - \frac{1}{2}(q_{t_s} + q_{t_e}) \right] - \frac{1}{2}D(q_{t_s} + q_{t_e}) \tag{10}$$

式中: $t_s$  为洪水开始时间; $t_e$  为洪水结束时间; $q$  为日流量序列。



注: $S, e$  为洪水基流切割点; $q_s$  为洪水开始点流量; $q_e$  为洪水结束点流量; $Q$  为流量; $D$  为洪水历时。

图 2 洪水过程及相应的洪量与历时

### 2.2 Copula 函数的选取

根据 3 个水文站多年洪水流量数据,用水文频率分析中常用的 4 种三参数概率分布:对数正态分布(GNO)、广义极值分布(GEV)、广义 Logist(GLO)分布和皮尔逊三型分布(P-III),使用较稳健的线性矩方法<sup>[28]</sup>,分别对洪峰流量和洪水总量样本加以拟合。并对 4 种参数拟合的结果采用均方根误差(RMSE)和概率点据相关系数(PPCC)检验其拟合优度选择最优水文频率分布函数,拟合结果见表 1。大拜站洪峰洪量序列宜选用 GNO 分布,赤溪站分别选用 GLO 分布和 GEV 分布,结龙湾站分别选用 GLO 分布和 P-III 分布。

表 1 3 个流域洪峰和洪量的概率分布参数与拟合优度检验值

边缘分布	大拜站		赤溪站		结龙湾站		
	RMSE	PPCC	RMSE	PPCC	RMSE	PPCC	
$Q/$ (m <sup>3</sup> ·s <sup>-1</sup> )	GNO	11.453	0.994	31.407	0.956	9.443	0.973
	GEV	19.484	0.983	22.828	0.980	7.949	0.981
	GLO	23.627	0.976	20.843	0.984	7.254	0.984
	P-III	11.548	0.994	45.260	0.898	12.147	0.954
$W/$ (10 <sup>6</sup> m <sup>3</sup> )	GNO	2.015	0.996	2.560	0.989	3.729	0.953
	GEV	3.785	0.986	2.306	0.991	4.770	0.925
	GLO	4.484	0.981	2.456	0.990	5.112	0.914
	P-III	2.514	0.993	4.936	0.960	2.108	0.984

注:GNO 为对数正态分布;GEV 为广义极值分布;GLO 为广义 Logist 分布;P-III 为皮尔逊三型分布;RMSE 为均方根误差;PPCC 为概率点据相关系数。

计算洪峰流量和洪水总量之间的 Kendall 相关系数,得到大拜水文站、赤溪水文站和结龙湾水文站的洪峰  $Q$  和洪量  $W$  的 Kendall 相关系数分别为 0.79, 0.80, 0.76, 表明洪峰流量和洪水总量之间具有较强的相关性。

采用基于秩相关的 Kendall 相关系数的计算洪峰

$Q$  和洪量  $W$  联合分布的 4 种阿基米德 Copula 参数  $\theta$ , 并采用 Akaike 信息准则法(AIC)和最小二乘法准则(OLS)确定结果(见表 2),可见 4 种 Copula 函数拟合结果较好,依据 AIC 和 OLS 结果选择最优 Gumbel Copula 函数来构建 3 个流域洪峰  $Q$  和洪量  $W$  的联合分布函数,各站构建的 Copula 分布模式如下:

$$\text{大拜站: } C[F_Q(q), F_W(w)] = \exp\{-[(1 - \ln F_Q(q))^{4.703} + (-\ln F_W(w))^{4.703}]^{1/4.703}\} \tag{11}$$

$$\text{赤溪站: } C[F_Q(q), F_W(w)] = \exp\{-[(1 - \ln F_Q(q))^{4.967} + (-\ln F_W(w))^{4.967}]^{1/4.967}\} \tag{12}$$

$$\text{结龙湾站: } C[F_Q(q), F_W(w)] = \exp\{-[(1 - \ln F_Q(q))^{4.142} + (-\ln F_W(w))^{4.142}]^{1/4.142}\} \tag{13}$$

表 2 4 个 Copula 函数的参数及其拟合优度指标

Copula 参数	大拜站			赤溪站			结龙湾站		
	$\theta$	OLS	AIC	$\theta$	OLS	AIC	$\theta$	OLS	AIC
Clayton	7.405	0.414	-405	7.935	0.407	-473	6.284	0.39	-316
A-M-H	0.99	0.091	-1104	0.99	0.105	-1187	0.99	0.084	-836
Gumbel	4.703	0.041	-1456	4.967	0.051	-1526	4.142	0.032	-1133
Frank	16.938	0.044	-1442	18.016	0.057	-1514	14.781	0.037	-1108

注:OLS为最小二乘法准则,AIC为信息准则法, $\theta$ 为参数。

### 2.3 条件概率分布

洪峰流量和洪水总量都属于洪水过程的随机变量,在最大洪峰流量  $Q$  和最大洪水总量  $W$  都属于洪水过程的随机变量,估计出洪峰  $Q$  和洪量  $W$  之间的联合分布函数之后,就可以推求出给定某种事件发生概率的条件下的另一种事件发生的概率。分析特定设计洪峰流量条件下出现洪水总量的概率分布,由公式(6)可以求出洪峰洪量条件概率值。

根据洪峰洪量条件概率结果(见表 3),3 个流域出现概率大于等于表中概率的洪峰流量时,洪水峰量同频率遭遇概率很大,且由于洪峰洪量具有高相关性,还有很大可能出现洪峰遭遇更小频率的洪量。其

中,曹江流域大拜站峰量同频率遭遇大于 84.1%,主对角线以上二者遭遇的概率则大于 98.4%;田头水流域赤溪站峰量同频率遭遇大于 85%,主对角线以上二者遭遇的概率则大于 98.7%;罗坝水流域结龙湾站峰量同频率遭遇大于 81.8%,主对角线以上二者遭遇的概率则大于 97.3%。

由以上分析可见,此 3 个流域洪水峰量的遭遇风险概率基本接近,当洪峰大于或等于某一设定频率时,洪量出现大于该频率的条件概率随之增大。上述结果表明洪水峰量联合分布可能存在着多种结果,分析多种组合出现的不同遭遇概率有利于现实中防汛减灾的风险管理。

表 3 华南中小流域洪峰洪量条件概率 [ $P(W \geq w | Q \geq q)$ ]

测站	洪水总量 $W / 10^6 \text{ m}^3$	洪峰流量 $Q / (\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$					
		370/ $P_{20\%}$	470/ $P_{10\%}$	586/ $P_{5\%}$	769/ $P_{2\%}$	932/ $P_{1\%}$	1119/ $P_{0.5\%}$
大拜	65.8/ $P_{20\%}$	0.845	0.985	0.999	1	1	1
	87.8/ $P_{10\%}$	0.492	0.843	0.984	0.999	1	1
	114.0/ $P_{5\%}$	0.25	0.492	0.842	0.993	0.999	1
	156.2/ $P_{2\%}$	0.1	0.2	0.397	0.842	0.984	0.999
	194.6/ $P_{1\%}$	0.05	0.1	0.2	0.492	0.841	0.984
	239.3/ $P_{0.5\%}$	0.025	0.05	0.1	0.25	0.492	0.841
赤溪	洪水总量 $W$	273/ $P_{20\%}$	369/ $P_{10\%}$	503/ $P_{5\%}$	768/ $P_{2\%}$	1065/ $P_{1\%}$	1483/ $P_{0.5\%}$
	45.8/ $P_{20\%}$	0.853	0.988	0.999	1	1	1
	64.8/ $P_{10\%}$	0.494	0.852	0.988	1	1	1
	91.2/ $P_{5\%}$	0.25	0.494	0.851	0.995	1	1
	142.7/ $P_{2\%}$	0.1	0.2	0.398	0.851	0.987	0.999
	199.8/ $P_{1\%}$	0.05	0.1	0.2	0.494	0.85	0.987
279.5/ $P_{0.5\%}$	0.025	0.05	0.1	0.25	0.494	0.85	
结龙湾	洪水总量 $W$	133/ $P_{20\%}$	166/ $P_{10\%}$	208/ $P_{5\%}$	285/ $P_{2\%}$	363/ $P_{1\%}$	465/ $P_{0.5\%}$
	34.1/ $P_{20\%}$	0.824	0.976	0.997	1	1	1
	44.1/ $P_{10\%}$	0.488	0.821	0.974	0.999	1	1
	54.3/ $P_{5\%}$	0.249	0.487	0.819	0.987	0.999	1
	68.2/ $P_{2\%}$	0.1	0.2	0.395	0.818	0.973	0.997
	78.9/ $P_{1\%}$	0.05	0.1	0.2	0.487	0.818	0.973
89.7/ $P_{0.5\%}$	0.025	0.05	0.1	0.249	0.487	0.818	

### 2.4 联合分布重现期

采用 Gumbel Copula 联结函数根据式(7)求洪峰

$Q$  和洪量  $W$  组合的“或”、“且”和二次重现期结果(见表 4)。从 3 个流域洪水峰量联合分布计算结果可

看出,对于特定的设计重现期,Kendall 重现期都介于“或”和“且”重现期之间,并且大于设定重现期。“或”联合重现期最小且小于设定的重现期,“且”重现期最大且大于设定的重现期。“或”、“且”和二次重现期联合分布重现期与特定的设计重现期之间两者的相对为误差为,  $T_{OR}:-0.12\% \sim -0.15\%$ ,  $T_{AND}:$

$0.16\% \sim 0.22\%$ ,  $T_{KEN}:0.08\% \sim 0.11\%$ 。Kendall 重现期联合分布设计值最为接近设定重现期,对洪水峰量之间任一要素超标致灾的重现期标准宜采用 Kendall 重现期。3 种联合重现期较为接近,或与此 3 个中小流域同处华南气候区,洪水事件具有相近的背景有关。

表 4 华南中小流域洪水峰量联合分布的重现期

重现期 $T/a$	大拜站			赤溪站			结龙湾站		
	$T_{OR}$	$T_{AND}$	$T_{KEN}$	$T_{OR}$	$T_{AND}$	$T_{KEN}$	$T_{OR}$	$T_{AND}$	$T_{KEN}$
200	172.7	237.6	219.1	174.0	235.1	217.7	169.3	244.4	222.9
100	86.4	118.8	109.5	87.0	117.5	108.8	84.7	122.1	111.4
50	43.2	59.3	54.7	43.5	58.7	54.4	42.4	61.0	55.6
20	17.3	23.6	21.8	17.5	23.4	21.7	17.0	24.3	22.2
10	8.7	11.8	10.9	8.8	11.6	10.8	8.5	12.1	11.0
5	4.4	5.8	5.4	4.4	5.8	5.4	4.3	6.0	5.5

2.5 设计洪水分位值

根据重现期计算方法的不同,分别求设定重现期下各水文站的洪峰流量和洪水总量单变量设计值列于表 5。分析表 5 中 3 个流域不同重现期下洪峰流量与洪水用量的设计值特征,可以得出以下结论。

洪峰流量和设计洪水总量及其联合设计值,以赤溪站最大,大拜站次之,结龙湾站最小。虽然赤溪站所在的田头水流域和大拜站所在的曹江流域集水面积大致相同,但主要与田头水流域 2006 年 7 月 14—15 日 2 d 内遭遇 652.5 mm 特大降雨形成的超百年一遇大洪水有关。

(1) 对于设定的重现期,3 个流域的单变量设计

表 5 3 个流域不同重现期下洪峰流量与洪水总量的设计值

测站	$T/a$	边缘分布		“或”重现期		“且”重现期		Kendall 重现期		同频率设计值	
		Q	W	$Q_{OR}$	$W_{OR}$	$Q_{AND}$	$W_{AND}$	$Q_{KEN}$	$W_{KEN}$	$Q_{同频}$	$W_{同频}$
大拜站	200	1 119	239.3	1 182	247.9	1096	228	1 131	236.3	1161.7	249.7
	100	932	194.6	978	203.7	924	187.3	942	196	969.7	203.5
	50	769	156.2	803	162.9	762	151.1	764	154.3	801.9	163.8
	20	586	114	613	120	584	107.7	586	112.9	613.3	120.1
	10	470	87.8	494	92.9	443	79.2	467	87.1	493	92.9
	5	370	65.8	390	70	346	60.3	368	65.3	389.9	70.1
赤溪站	200	1 483	279.5	1 561	300.9	1339	264.2	1 418	271.4	1585.4	299
	100	1 065	199.8	1 120	215.2	984	193.6	1 008	197.1	1137.5	213.8
	50	768	142.7	812	152.6	719	140	716	141.2	819.6	152.7
	20	503	91.2	535	97.9	482	90.7	491	91.1	535.9	97.6
	10	369	64.8	392	69.4	333	58.8	346	63.6	392	69.4
	5	273	45.8	289	49.1	251	41.8	256	45.2	289.2	49.1
结龙湾站	200	465	89.7	487	92.5	438	88.4	446	88.9	494.2	92.3
	100	363	78.9	381	81.5	345	78.1	351	78.2	385.3	81.5
	50	285	68.2	300	71.1	275	68	282	68.1	301.8	70.7
	20	208	54.3	220	57	201	51	203	53.5	220.4	56.8
	10	166	44.1	174	46.6	160	41.4	163	43.1	175	46.5
	5	133	34.1	139	36.5	128	31.4	129	33.7	139.7	36.4

注:Q 为洪峰流量( $m^3/s$ ); W 为洪水总量( $10^6 m^3$ )。

(2) Kendall 重现期推算的值小于“或”重现期设计值和边缘分布推算的设计洪峰流量和设计洪水总量

设计值,两者的相对为误差为,大拜站:洪峰流量:  $-0.7\% \sim 1.1\%$ ,洪量:  $-1.3\% \sim 0.7\%$ ;赤溪站:洪峰

流量:  $-4\% \sim 0.4\%$ , 洪量:  $0\% \sim 3\%$ ; 结龙湾站: 洪峰流量:  $-5.9\% \sim -3.4\%$ , 洪量:  $-2.2\% \sim -0.1\%$ 。

上述结果表明, Kendall 重现期推求的设计洪水值大于洪水、峰量边缘分布设计值, 并介于“或”和“且”重现期设计值之间。与表 4 联合分布结果一致, 因此 Kendall 重现期可以作为洪水峰量联合分布的待选方法, 为防洪工程安全与风险管理提供更好的选择。为进一步比较分析, 推算洪峰洪量同频率分布设计值<sup>[29]</sup>:

$$u_1 = u_2 = [1 - (1 - T_{u_1, u_2})]^\alpha; \\ Q = F^{-1}(u_1); W = F^{-1}(u_2) \quad (14)$$

式中:  $\alpha = 2^{-1/\theta}$ ;  $T_{u_1, u_2}$  为“或”重现期;  $F^{-1}(u_i)$  为边缘分布函数的反函数。

3 个流域不同重现期下洪峰流量与洪水总量的设计值(见表 5), 进一步比较分析洪水峰量联合分布的同频率设计值和联合概率密度最大值推算的重现期设计值, 可以看出设定重现期下两者设计值十分接近, 并且均低于“或”重现期设计值。表明了对于工程设计来说“或”重现期或同频率分布设计值存在“高估”的问题, 会提高水工建筑建设成本。

一场洪水造成的损失并不是单个特征变量决定的, 而是多个洪水特征变量共同作用的结果, 例如同量级的洪水并不一定造成同样的影响, 不同大小的洪量也可能导致同样程度的破坏, 因此多变量联合分布的研究十分重要。其中一个重要方面是变量之间的建模, Copula 联结函数在多元洪水特征分析方面的潜力; 另一个重要方面是重现期方法的选取, 不同方法的选择直接影响到建造结构的安全和成本。相对于传统重现期, Kendall 重现期设计值介于“或”与“且”重现期之间, 且略高于设计重现期。Kendall 重现期在工程安全设计理念高于“或”重现期设计值, 对于工程经济理念来说高于“且”重现期设计值。上述洪峰和洪量的 Kendall 相关性较高, 且主对角线上条件概率超过 81% 表明洪水峰量联合分布存在多种结果。由表 4 和表 5 分析可知, Kendall 重现期在 3 个流域有较好的应用结果。且黄强等<sup>[11]</sup>研究也表明传统的“或”和“且”多变量重现期对安全与危险域的识别具有局限性。因此, 可以说明, Kendall 重现期在洪水峰量联合分布计算中优于传统重现期, 可以为山区中小流域防洪工程安全提供更多的选择。

### 3 结论

本文对比分析了广东省中小流域曹江、田头水和罗坝流域洪峰洪量之间的联合分布及其重现水平, 有以下结论:

(1) 由 4 种累积分布函数择优构成了 3 个流域不

同的洪水峰量联合, AIC 和 OLS 拟合结果表明使用 Gumbel Copula 构建了最佳的洪峰洪量联合分布; 洪峰 Q 和洪量 W 的 Kendall 相关系数分别为 0.79, 0.80, 0.76, 表明洪峰流量和洪水总量之间具有较强的相关性。

(2) 作为山区暴雨洪水成因的洪水过程, 3 个流域洪水峰量相关性高, 主对角线以上的条件概率超过 81%, 洪水峰量遭遇风险概率大且基本接近, 分析多种洪水峰量组合出现的不同遭遇概率有利于防汛减灾的风险管理。

(3) 相对于“或”重现期, 采用 Kendall 测度计算的 Kendall 重现期可更好地区分超临界事件的风险率。Kendall 重现期推算的洪峰洪量设计洪水值介于“或”重现期与“且”重现期设计值之间, 接近于边缘分布设计值。在经济安全方面, Kendall 重现期设计洪水更优于传统重现期设计方法, 可为防洪工程风险管理与设计提供新的选择与参考依据。

#### [ 参 考 文 献 ]

- [1] 赵玲玲, 杨兴, 刘丽红, 等. 华南强降水地区洪水频率分布参数估计方法及应用[J]. 水电能源科学, 2019, 37(5): 23-25, 44.
- [2] 郑国强, 张洪江, 刘涛, 等. 基于 Bayes 判别分析法的密云县山洪泥石流预报模型[J]. 水土保持通报, 2009, 29(1): 83-87, 107.
- [3] 冯平, 毛慧慧, 王勇. 多变量情况下的水文频率分析方法及其应用[J]. 水利学报, 2009, 40(1): 33-37.
- [4] Zhang L, Singh V P. Bivariate flood frequency analysis using the Copula method[J]. Journal of Hydrologic Engineering, 2006, 11(2): 150-164.
- [5] 晋恬, 闻昕, 方国华, 等. 不同重现期标准双变量设计洪水计算方法[J]. 水利水电科技进展, 2018, 38(4): 7-13.
- [6] 陈子燊, 曹深西. 洪峰流量与水位不同遭遇条件下的防洪设计[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2018, 57(4): 92-98.
- [7] 方彬, 郭生练, 肖义, 等. 年最大洪水两变量联合分布研究[J]. 水科学进展, 2008, 19(4): 505-511.
- [8] 陈子燊, 高时友, 李鸿皓. 基于二次重现期的城市两级排涝标准衔接的设计暴雨[J]. 水科学进展, 2017, 28(3): 382-389.
- [9] 陈子燊, 黄强, 刘曾美. 基于非对称 Archimedean Copula 的三变量洪水风险评估[J]. 水科学进展, 2016, 27(5): 763-771.
- [10] 胡尊乐, 张悦, 李丹, 等. 基于不同分布曲线的常州市暴雨组合概率[J]. 水利水电科技进展, 2017, 37(2): 68-72, 94.
- [11] 黄强, 陈子燊. 基于二次重现期的多变量洪水风险评估[J]. 湖泊科学, 2015, 27(2): 352-360.

- [12] Nelsen, R B. An Introduction to Copulas[M]. Springer Series in Statistics. 2006.
- [13] 谢华,黄介生. 两变量水文频率分布模型研究述评[J]. 水科学进展, 2008, 19(3): 443-452.
- [14] 侯芸芸,宋松柏,赵丽娜,等. 基于 Copula 函数的 3 变量洪水频率研究[J]. 西北农林科技大学学报(自然科学版), 2010, 38(2): 219-228.
- [15] 郭生练,刘章君,熊立华. 设计洪水计算方法研究进展与评价[J]. 水利学报, 2016, 47(3): 302-314.
- [16] 郭生练,闫宝伟,肖义,等. Copula 函数在多变量水文分析计算中的应用及研究进展[J]. 水文, 2008, 28(3): 1-7.
- [17] Salvadori G, De Michele C. Frequency analysis via copulas: Theoretical aspects and applications to hydrological events[J]. Water Resources Research, 2004, 40(12): 229-244.
- [18] Salvadori G, Tomasicchio G R, D'Alessandro F. Multivariate approach to design coastal and off-shore structures[J]. Journal of Coastal Research, 2013, 65: 386-391.
- [19] 陈子燊,刘占明,赵青. 洪水峰量联合分布的 4 种重现水平对比[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2018, 57(1): 130-135.
- [20] Corbella S, Stretch D D. Multivariate return periods of sea storms for coastal erosion risk assessment[J]. Natural Hazards Earth System Sciences, 2012, 12(8): 2699-2708.
- [21] 刘章君,郭生练,许新发,等. 两变量洪水结构荷载重现期与联合设计值研究[J]. 水利学报, 2018, 49(8): 956-965.
- [22] 范嘉炜,黄锦林. 基于 Kendall 重现期的降雨潮位风险分析[J]. 水电能源科学, 2017, 35(5): 21-24, 20.
- [23] 史黎翔,宋松柏. 基于 Copula 函数的两变量洪水重现期与设计值计算研究[J]. 水力发电学报, 2015, 34(10): 27-34.
- [24] Salvadori G, De Michele C, Kottegoda N T, et al. Extremes in Nature[M]. Dordrecht: Springer Netherlands, 2007.
- [25] 杨兴,赵玲玲,陈子燊. 中小流域洪峰流量与水位联合分布的设计洪水分析[J]. 水电能源科学, 2019, 37(8): 43-46.
- [26] Graler B, Verhoest N, Grimaldi S. Multivariate return periods in hydrology: A critical and practical review focusing on synthetic design hydrograph estimation[J]. Hydrology and Earth System Sciences, 2013, 17: 1281-1296.
- [27] 赵玲玲,陈子燊,刘昌明,等. 基于广义 Pareto 分布的洪水序列频率分析[J]. 中山大学学报(自然科学版), 2019, 58(3): 32-39.
- [28] Hosking J R M. L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combinations of order statistics[J]. Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological), 1990, 52(1): 105-124.
- [29] 肖义,郭生练,刘攀,等. 分期设计洪水频率与防洪标准关系研究[J]. 水科学进展, 2008, 19(1): 54-60.

(上接第 161 页)

- [22] 朱高立,黄炎和,林金石,等. 模拟降雨条件下秸秆覆盖对崩积体侵蚀产流产沙的影响[J]. 水土保持学报, 2015, 29(3): 27-31, 37.
- [23] 田寿乐,孙晓莉,沈广宁. 不同覆盖物对山地板栗园土壤性状及幼苗生长的影响[J]. 山东农业科学, 2017, 49(11): 37-44.
- [24] 钟芳,李正平,宋耀选,等. 黄土高原西部土壤蒸发实验研究[J]. 中国沙漠, 2006, 26(4): 608-611.
- [25] 王丽丽,余海龙,马凯博,等. 不同地表覆盖措施对土壤水热特性及玉米生长发育的影响[J]. 中国农业大学学报, 2017, 22(1): 12-18.
- [26] 谢慧慧,樊军,郝明德,等. 地表覆盖对黄土高原水蚀风蚀交错区人工草地水分利用的影响[J]. 草地学报, 2010, 18(2): 172-176, 182.
- [27] 冯浩,刘匡,余坤,等. 不同覆盖方式对土壤水热与夏玉米生长的影响[J]. 农业机械学报, 2016, 47(12): 192-202.
- [28] 胥生荣,张恩和,马瑞丽,等. 不同覆盖措施对枸杞根系生长和土壤环境的影响[J]. 中国生态农业学报, 2018, 26(12): 1802-1810.
- [29] 刘玉华,史纪安,贾志宽. 气候因子与苜蓿草产量的灰色关联度分析[J]. 草业科学, 2009, 26(8): 101-106.
- [30] 宋兴阳,王琦,李富春,等. 覆盖材料和沟垄比对土壤水分和紫花苜蓿干草产量的影响[J]. 生态学报, 2017, 37(3): 798-809.
- [31] 张翼夫,李洪文,何进,等. 玉米秸秆覆盖对坡面产流产沙过程的影响[J]. 农业工程学报, 2015, 31(7): 118-124.
- [32] 唐涛,郝明德,单凤霞. 人工降雨条件下秸秆覆盖减少水土流失的效应研究[J]. 水土保持研究, 2008, 15(1): 9-11, 40.