

用灰色模型对北庄河小流域经济效益的预测

崔文秀

(河北省石家庄地区水利局)

提 要

北庄河小流域, 经过几年综合治理, 水土流失明显减少, 生态环境和社会面貌有了巨大变化, 1981—1985年纯收入分别为18.38、20.10、31.75、44.67和59.67万元。用灰色系统理论的GM(1, 1)模型分析, 预测1986—1990年的总经济收入分别为82.12、114.79、160.46、224.31和313.56万元。若无灾害性天气或其他意外盈亏, 这个预测是可靠的, 效益是令人满意的。

一、基本情况

北庄河小流域地处河北省灵寿县北庄乡, 面积30.5平方公里, 其中耕地面积223公顷。流域内有6个自然村, 一个乡办林场, 人口为3,448人, 整半劳力为1,075个。整个流域地势由西北向东南倾斜, 至北庄村附近成簸箕状。流域内山峦起伏, 沟壑纵横, 北端最高峰海拔1,050米, 流域出口高程250米, 相对高差800米。本流域气候属温带大陆性季风气候, 四季分明, 无霜期190天, 年平均降水量725毫米, 多集中在6—9月份, 约占全年降水量的80%。当地成土母质属于黑云斜长片麻岩风化层, 厚度达1—4米, 已成散粒体, 抗蚀能力弱; 加之植被度低, 山高坡陡, 雨量集中且强度大, 江流急, 岩石裸露, 水土流失严重。沟壑密度为1.9公里/平方公里。据统计, 水土流失面积已达27.89平方公里。初步计算, 多年平均侵蚀模数为939吨/平方公里, 年侵蚀总量为2.86万吨。长期以来, 北庄河小流域贫困落后面貌始终未能得到明显好转, 地力弱, 粮食产量低而不稳, 生态环境已成恶性循环。

1980年北庄河小流域正式定为海河水利委员会的试点, 在上级部门和有关单位的帮助下, 根据北庄实际情况, 首先从增加大地植被入手, 以提高土地生产力, 最大限度地控制水土流失为目标, 对北庄河小流域进行了综合治理规划。在规划的基础上坚持综合治理、集中治理、连续治理, 以治坡为主、沟坡兼治; 坚持生物措施与工程措施相结合, 综合治理与开发相结合, 近期利益与远期利益相结合, 创新务实, 讲究实效。几年来, 造林面积达1,759.2公顷, 闸沟186条, 垒坝10,339道, 挖鱼鳞坑198.23万个, 新修梯田26公顷, 建塘坝4座。根据实测, 坡面工程每公顷可拦蓄水量940.5立方米, 可抗5年一遇的洪水。由于小流域的综合治理, 也促进了交通运输、乡镇工业和第三产业的发展。

北庄河小流域经过几年的综合治理, 生态环境和社会面貌有了很大的变化, 水土流失明显减少。目前基本控制水土流失面积已达23.71平方公里, 占总水土流失面积的85%。通过北庄观测试验站观测, 1982年汛期降雨703.3毫米, 接近常年, 产生径流量790万立方米(常年928万立方米), 最大洪峰流量172立方米/秒(常年395立方米/秒), 消减洪峰56.5%, 减水效益14.9%。

目前，北庄河小流域大牲畜存栏数为452头，家禽为17,750只，植被度为68%。

二、经济效益的分析

通过对本地重点小流域的综合治理经济效益指标的分析评价，我们选择了具有代表性的北庄河小流域年纯收益作为控制因素进行灰色分析。北庄河小流域年总纯收入的情况见表1。

表1 北庄河小流域年总纯收入统计表

序号	1	2	3	4	5
年度	1981	1982	1983	1984	1985
总纯收入(万元)	18.38	20.10	31.75	44.67	59.67

影响经济收入的因素很多，对经济收入的分析实质是整个复杂的水土保持系统的分析。本文用灰色系统理论中的灰色模型 (Grey Model) 较为系统地分析北庄河小流域综合治理的经济效益，使其做到量化、模型化、目标预测化。

将表1中给出的北庄河小流域年总纯收入的时间序列，按照灰色系统理论的构造模块，使用微分拟合，建立预测的生成数学模型。这种方法可以提高精度，减少元素时间序列的随机性。

由年纯收入的统计资料，得原始数据数列 $\{X^{(0)}(i)\}$

$$X^{(0)}(i) = \{X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), X^{(0)}(4), X^{(0)}(5)\} \\ = \{18.38, 20.10, 31.75, 44.67, 59.67\}$$

对数列 $\{X^{(0)}(i)\}$ 作累加生成AGO，将i换成k，作为累加生成数列序号，得 $\{X^{(1)}(k)\}$

$$X^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^k X^{(0)}(i)$$

$$X^{(1)}(1) = \sum_{i=1}^1 X^{(0)}(i) = 18.38$$

$$X^{(1)}(2) = \sum_{i=1}^2 X^{(0)}(i) = X^{(1)}(1) + X^{(0)}(2) = 18.38 + 20.10 = 38.48$$

$$X^{(1)}(3) = \sum_{i=1}^3 X^{(0)}(i) = X^{(1)}(2) + X^{(0)}(3) = 38.48 + 31.75 = 70.23$$

$$X^{(1)}(4) = \sum_{i=1}^4 X^{(0)}(i) = X^{(1)}(3) + X^{(0)}(4) = 70.23 + 44.67 = 114.9$$

$$X^{(1)}(5) = \sum_{i=1}^5 X^{(0)}(i) = X^{(1)}(4) + X^{(0)}(5) = 114.9 + 59.67 = 174.57$$

即

$$X^{(1)}(K) = \{X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), X^{(1)}(3), X^{(1)}(4), X^{(1)}(5)\} \\ = \{18.38, 38.48, 70.23, 114.9, 174.57\}$$

建立数据矩阵 $B \cdot Y_n$

$$B = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}[X^{(1)}(1) + X^{(1)}(2)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(2) + X^{(1)}(3)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(3) + X^{(1)}(4)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[X^{(1)}(4) + X^{(1)}(5)] & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -28.43 & 1 \\ -54.355 & 1 \\ -92.565 & 1 \\ -144.735 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Y_N = [X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), X^{(0)}(4), X^{(0)}(5)]^T \\ = [20.10, 31.75, 44.67, 59.67]^T$$

采用GM(1, 1)模型 $X^{(1)}(k)$ 可建立下述白化形式的方程,

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b$$

其时间响应函数为,

$$\hat{X}^{(1)}(t) = \left(X^{(0)}(1) - \frac{b}{a} \right) e^{-at} + \frac{b}{a} \quad (1)$$

按最小二乘法求 \hat{a}

$$\hat{a} = [a, b]^T = (B^T B)^{-1} B^T Y_N$$

计算 $(B^T B)^{-1}$

$$(B^T B)^{-1} = \begin{pmatrix} -28.43 & -54.355 & -92.565 & -144.735 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -28.43 & 1 \\ -54.355 & 1 \\ -92.565 & 1 \\ -144.735 & 1 \end{pmatrix}^{-1} \\ = \begin{pmatrix} 33279.23038 & -320.085 \\ -320.085 & 4 \end{pmatrix}^{-1} \\ = \begin{pmatrix} 0.000130452 & 0.010438967 \\ 0.010438967 & 1.085339254 \end{pmatrix}$$

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N$$

$$= \begin{pmatrix} 0.000130452 & 0.010438967 \\ 0.010438967 & 1.085339254 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -28.43 & -54.355 & -92.565 & -144.735 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 20.10 \\ 31.75 \\ 44.67 \\ 59.67 \end{pmatrix} \\ = \begin{pmatrix} -0.334945 \\ 11.950292 \end{pmatrix}$$

故 $a = -0.334945$

$b = 11.950292$

$$\frac{b}{a} = \frac{11.950292}{-0.334945} = -35.67837$$

则式(1)化简为

$$\hat{X}^{(1)}(t) = (18.38 + 35.67837) e^{0.334945t} - 35.67837 \quad (2)$$

$$\text{或 } \hat{X}^{(1)}(k+1) = 54.05837 e^{0.334945k} - 35.67837 \quad (3)$$

式(3)即为预测模型

由式(3)得 $\hat{X}^{(1)}(i)$ 如下

	模型计算值	实际累加值
$k=1$	$\hat{X}^{(1)}(2)=39.89$	$X^{(1)}(2)=38.48$
$k=2$	$\hat{X}^{(1)}(3)=69.95$	$X^{(1)}(3)=70.23$
$k=3$	$\hat{X}^{(1)}(4)=111.98$	$X^{(1)}(4)=114.9$
$k=4$	$\hat{X}^{(1)}(5)=170.73$	$X^{(1)}(5)=174.57$

对预测模型进行检验:

还原数列检验。根据

$$\hat{X}^{(0)}(k) = \hat{X}^{(1)}(k) - \hat{X}^{(1)}(k-1)$$

得:

模型计算值	实际值	残差%
$\hat{X}^{(0)}(2) = 21.51$	$X^{(0)}(2) = 20.10$	-7.01
$\hat{X}^{(0)}(3) = 30.07$	$X^{(0)}(3) = 31.75$	5.31
$\hat{X}^{(0)}(4) = 42.03$	$X^{(0)}(4) = 44.67$	5.92
$\hat{X}^{(0)}(5) = 58.75$	$X^{(0)}(5) = 59.67$	1.55

后验差检验。观测数列均值 \bar{X}

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n X_i = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 X_i = 34.914$$

观测数列方差

$$\begin{aligned} S_1^2 &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 \\ &= \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 (X_i - \bar{X})^2 \\ &= 242.175548 \end{aligned}$$

预测误差均值 \bar{q}

$$\begin{aligned} \bar{q} &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n q_i = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 q_i \\ &= \frac{1}{4} (-1.41 + 1.68 + 2.64 + 0.92) \\ &= 0.9575 \end{aligned}$$

预测误差方差

$$\begin{aligned} S_2^2 &= \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (q_i - \bar{q})^2 \\ &= \frac{1}{4} [(-1.41 - 0.9575)^2 + (1.68 - 0.9575)^2 + (2.64 - 0.9575)^2 + \\ &\quad + (0.92 - 0.9575)^2] \\ &= 2.2398 \end{aligned}$$

后验差比值

$$C = \frac{S_2}{S_1} = \frac{\sqrt{2.2398}}{\sqrt{242.1756}} = \frac{1.4966}{15.562} = 0.096$$

小误差频率

$$p = p\{|q_1 - \bar{q}| < 0.6745S_1\}$$

$$0.6745S_1 = 0.6745 \times 15.562 = 10.497$$

$$|q_{(2)} - \bar{q}| = |-1.41 - 0.9575| = 2.3675 < 0.6745S_1$$

$$|q_{(3)} - \bar{q}| = |1.68 - 0.9575| = 0.7225 < 0.6745S_1$$

$$|q_{(4)} - \bar{q}| = |2.64 - 0.9575| = 1.6825 < 0.6745S_1$$

$$|q_{(5)} - \bar{q}| = |0.92 - 0.9575| = 0.0375 < 0.6745S_1$$

所有 $|q_{(i)} - \bar{q}|$ 均小于 $0.6745S_1$ ，所以

$$p = p\{|q_{(i)} - \bar{q}| < 0.6745S_1\} = 1$$

根据后验差检验精度指标 $C = 0.096 \ll 0.35$

$p = 1 > 0.95$ ，可见预测精度等级属于好 (good)，生成预测模型是可靠的，预测值是可用的。

通过以上计算分析，利用灰色系统控制理论所建立的模型，具有很高的精度（最大相对误差不超过 7%），利用生成模型预测预报和定量分析北庄河小流域综合治理经济效益是切实可行的。

在水土保持系统中，影响水土流失的因素很多，各种因素影响的层次是混沌的，小流域综合治理是一项踏实的艰苦工作。综合治理后的生态效益的发挥也是较缓慢的，需要进行很长时间。所以不仅对现阶段的治理效益进行分析研究，而且要考虑今后长时期内综合治理经济效益的预测预报，做到有的放矢。根据实际情况，按照生成模型式 (3) 对 1986—1990 年这一时间序列进行了北庄河小流域综合治理经济效益的预测。结果见表 2。

表 2 北庄河小流域 1986—1990 年总纯收入预测值表

年 份	1986	1987	1988	1989	1990
总纯收入(万元)	82.12	114.79	160.46	224.31	313.56

三、结果与讨论

用灰色系统理论 GM(1, 1) 模型，分析了北庄河小流域综合治理的经济效益，年总纯收入做为分析依据。加之我们所选的 1981—1985 年这一时期内，连续 5 年没有发生灾害性天气，资料规律性较强，在年总纯收入中排除了暴发收入的干扰（指突然收入）。所以模型是可靠的，预测是可行的。如果出现灾害性天气，或其它暴发收入，对于这些离散性较大的资料，此模型预测值是不可靠的，有待于进一步研究较大摆动离散性情况。

ECONOMIC BENEFIT PREDICTION TO BEIZHUANGHE WATERSHED WITH GREY MODEL

Cui Wenzu

Water Conservancy Department in Shijiazhuang District,
Hebei Province

Abstract

Having harnessed comprehensively for years, Beizhuanghe watershed has changed greatly in biological environment and social features, soil loss and erosion have reduced obviously. The total pure incomes (TPI) are 183,800, 201,000, 317,500, 446,700 and 596,700 yuan respectively from 1981 to 1985. According to the GM(1,1) with grey system theory, it is predicted that the TPI during 1986—1990 will be 0.8212, 1.1479, 1.6046, 2.2431, and 3.1356 million yuan respectively. The prediction results would be reliable and satisfying if no disastrous weather or unforeseen in-outcome arised.