

# 应用数学模型编制土壤厚度图的探讨

刘铁辉

(陕西省水土保持勘测规划研究所)

## 提 要

土壤侵蚀危险性评价研究中,必须首先对土壤的有效厚度进行分析。本文结合陕南秦巴山地土壤厚度图的编制工作,探讨了用趋势面分析和回归分析等数学模型编制土壤厚度图的方法和步骤。从编图效果看,数学方法逻辑性强,图斑准确率高,图件能够较好地反映土壤厚度的实际分布和变化情况。

对土壤侵蚀危险性评价的方法之一,是以土壤可蚀年限加以衡量,即

$$\text{土壤可蚀年限} = \frac{\text{有效土层厚度 (毫米)}}{\text{年侵蚀深度 (毫米)}}$$

因此,拟对土壤侵蚀危险性进行评价,必须首先搞清有效土层厚度的分布和变化。本文以陕南土壤厚度图的编制为例,探讨了应用数学模型编制土壤厚度图的方法。

## 一、数学方法编制土壤厚度图的程序

数学方法编制土壤厚度图的工作程序如下(见图1):

**1、熟悉制图区环境,选择最优数学模型。**收集制图区内的文字、图件和数据资料,并加以分析,从而达到认识制图区环境特点和土壤厚度变化一般规律的目的。在此基础上,从多种数学模型中选择最能反映土壤厚度变化的数学模型。在编制“陕南秦巴山地土壤厚度图”工作中,由于对土壤厚度变化的认识不够深刻,在山地丘陵区曾选用了趋势面分析模型,没有达到期望的效果。因此,对环境特点和土壤厚度变化规律的认识程度,直接关系到数学模型应用的成功与失败。

**2、实地调查和收集资料。**根据数学模型的要求,深入实地进行调查。土壤厚度在平原盆地的变化较小,而在山地丘陵区变化很大,因而要求调查样点尽可能包括各种地貌类型、地貌部位、植被类型、土壤类型和岩石类型等环境条件,对明显不合理或不具代表性的样点要予以剔除。野外调查内容包括土壤厚度、土壤类型、植被覆盖度、地面坡度、母质岩性等。调查内容应尽可能以数值形式反映,以便于计算机计算。

**3、求出模型系数,采集数据和标描草图。**根据野外样点调查值,在计算机上运算,求出数学模型系数;此后,采集数学模型中各变量的数值。我们在工作中,首先编制了年降水量图、地面坡度图、植被覆盖度图、土壤类型图、岩石抗风化指数图等基础图件,用网络图(网络间隔1厘米)法在这些图上采集各点的各变量值,建立变量数据文件,计算出各网络点的土壤厚度;联接勾绘出厚度值相同的网络点,标描完成草图。

**4、实地验证和后期整理。**草图编绘完成之后,要深入实地进行验证,以检验数学模型的可靠性,对验证中发现的问题要及时分析,找出原因,制定出改正方法。经过修改整理,着墨清绘

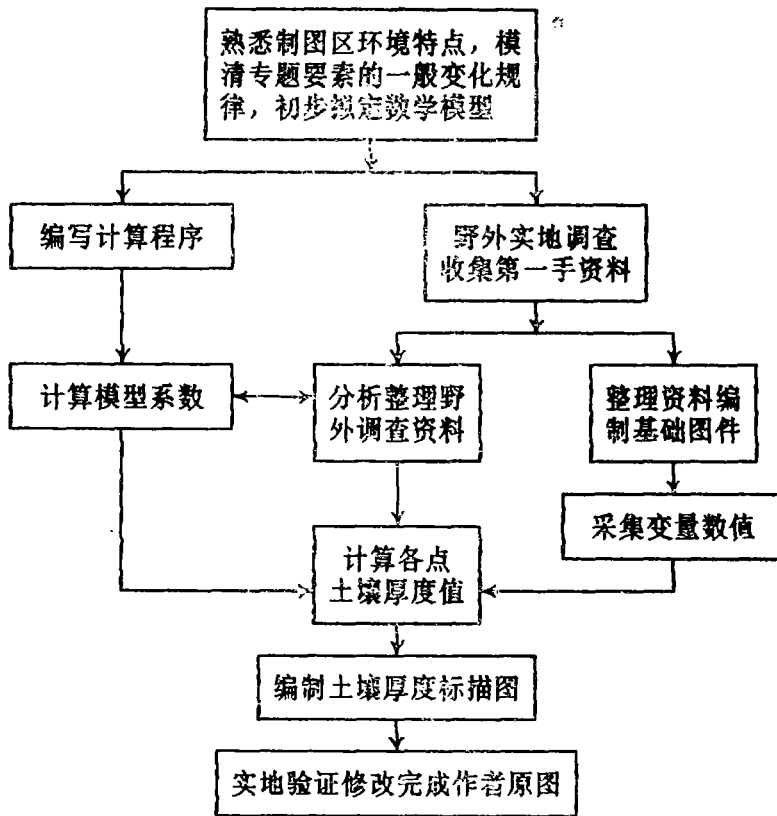


图1 工作程序框图

制图单元界线，绘制图例，最后完成土壤厚度图。

## 二、编制土壤厚度图中应用的数学模型

陕南秦巴山区大体可分为两种地貌类型区，即大面积的山地丘陵和面积较小的平原盆地。两类地貌类型单元的环境差异很大，因此必须区别对待，选择不同的数学模型。

(一) 平原盆地区数学模型的选择。陕南平原盆地区面积不大，约占全区总面积的5%左右，但由于这里的生产环境条件较山区好，因而是经济发展的重要基地。平原盆地的最大特点是自然景观和开发利用的一致性：水热条件均一，微地貌变化小，土壤类型简单，土地利用方式以农耕地为主。在这种条件下，土壤发育具有连续性分布和厚度变化小的特点。根据这一特点，我们认为，平原盆地区可应用趋势面分析 (trend surface analysis) 数学模型编制土壤厚度图。

趋势面分析的数学原理 (以二维空间内观测值的变化为例)：令 $z$  (土壤厚度) 代表任意平面上 $R$ 区域内点 $(x, y)$ 处的观测值 $(x, y)$ 为地理座标 (见图1)。这样，在几何上，我们就有一群分布在三维空间内的点 $(x, y, z)$ 。只要找出一个光滑的几何曲面通过这一群点，并且该光滑曲面能集中概括区域 $R$ 内大范围的区域性变化，我们称此曲面为“趋势面” (trend surface)。它表示出在没有局部变化的条件下，观测值 $z$ 随空间位置 $(x, y)$ 的变化。这样我们就可将一个实测曲面分为趋势面和剩余曲面两部分：

实测曲面 = 趋势面 + 剩余曲面

即：

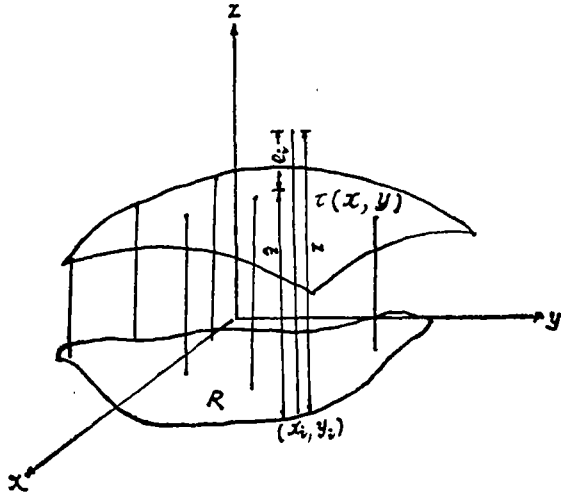


图2 二维空间内观测值空间变化及趋势值和剩余值关系示意图

$$z(x, y) = \tau(x, y) + e$$

式中:  $\tau(x, y)$  称为“趋势值”,  $e$  称“剩余值”。

对于已知的观测数值

$$z_i: x_i, y_i, i = 1, 2, \dots, n$$

通常用回归分析来求得它们的趋势值和剩余值, 即根据已知数据求出  $z$  的一个回归面方程

$$f(x, y)$$

使得

$$Q = \sum_{i=1}^n [z_i - f(x_i, y_i)]^2.$$

达到最小, 这也就是在最小二乘方意义下的曲面拟合, 即用观测值  $z_i(x_i, y_i)$  求曲面回归方程。

通常我们选择多项式作为回归方程, 其一般形式为:

$$\text{一次: } f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y$$

$$\text{二次: } f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^2 + a_4xy + a_5y^2$$

$$\text{三次: } f(x, y) = a_0 + a_1x + a_2y + a_3x^3 + a_4xy + a_5y^2 + a_6x^3 + a_7x^2y + a_8xy^2 + a_9y^3$$

.....

经计算, 我们求得了平原盆地区一次、二次和三次趋势面回归方程。检验分析表明, 二次趋势面拟合效果最好:

$$\hat{z} = 179784 + 764.8x - 13169.6y - 8.5x^2 + 31.6xy + 145.4y^2$$

该式的拟合度为91%, 在0.05水平上高度显著。这一计算结果的图形显示为抛物面, 我们认为与平原盆地区土壤厚度变化规律是符合的。因为, 在盆地区, 一般土壤厚度变化表现为中心厚, 向盆地边缘逐步减薄; 更进一步说, 表现为中部厚、边缘薄的环带状结构, 所以计算结果是完全合理的。

趋势面分析方法的最大特点是, 只需知道土壤厚度调查值及样点地理座标, 不必调查过多的相关因素, 从而极大地减少了野外工作量。其不足之处在于, 它只能反映土壤厚度变化的总趋势, 对于



是:

$$\begin{aligned} r_{kj}^{(s)} &= r_{kj}^{(s-1)} / r_{kk}^{(s-1)} && \text{(第k行)} \\ r_{ij}^{(s)} &= r_{ij}^{(s-1)} - r_{ik}^{(s-1)} r_{kj}^{(s-1)} / r_{kk}^{(s-1)} && \text{(其它行)} \end{aligned} \quad (4)$$

式中:  $r_{ij}^{(s)}$  表示第S次消去后原 $r_{ij}$ 位置上的当前值。显然,

$$r_{ij}^{(0)} \equiv r_{ij},$$

按上述方法, 若第1次消去第一列, 则在原来右端项 $r_{1y}$ 的位置上就得到解 $b_1^{(1)}$ , 当时的回归方程是

$$y = b_1^{(1)} x_1$$

若第2次又消去第2列, 则在原 $r_{1y}$ 和 $r_{2y}$ 的位置上就分别得到解 $b_1^{(2)}$ 和 $b_2^{(2)}$ , 当时的回归方程是

$$y = b_1^{(2)} x_1 + b_2^{(2)} x_2$$

由上可见, 系数矩阵消去一列, 等于回归方程中引入一个变量。

那么一个变量引入后对方程有多大影响呢? 这可用F检验来解决。统计量

$$F = \frac{(Q^{(s-1)} - Q^{(s)}) / 1}{Q^{(s)} / (n - s - 1)}$$

服从 $F(1, n - s - 1)$ 分布, 自由度为1,  $(n - s - 1)$ 。

由于 $s$ ,  $(n - s - 1)$ 均是可变的, 因而F的临界值也在变化。如果 $n$ 适当地大, 而 $S$ 相对地较小, 则自由度的变化对F值的影响不大。这样就可以根据选定的显著性水平, 确定两个临界值 $F_1$ 和 $F_2$ , 令 $F_1 \geq F_2$  (典型的F值可近似地取4)。如果 $F > F_1$ , 则将该变量引入回归方程; 如果 $F < F_2$ , 则将该变量从回归方程中剔除。

经计算, 在5个变量因子 (年降水量、地面坡度、植被覆盖度、土壤中 $>0.01$ 毫米颗粒百分含量和岩石抗风化指数) 中, 选择出了4个相关性较好的因子, 得到回归方程

$$y = 102.76 - 0.023x_1 - 1.403x_2 + 0.418x_3 - 0.322x_4$$

式中:  $y$ ——土壤厚度;

$x_1, x_2, x_3, x_4$ ——分别为年降水量、地面坡度、植被覆盖度和岩石抗风化指数。

该回归方程的复相关系数为0.78, 在0.05水平上相关性显著。从方程的系数关系看, 土壤厚度与年降水量、地面坡度和岩石抗风化指数成反比, 与植被覆盖度成正比。这一结果与一般定性定量分析的结论是一致的。

### 三、结果与讨论

应用前述的趋势面分析和回归分析模型, 我们将陕南秦巴山地土壤厚度按 $<20$ 厘米 (A), 20—30厘米 (B), 30—40厘米 (C), 40—50厘米 (D), 50—60厘米 (E), 60—70厘米 (F), 70—80厘米 (G), 80—90厘米 (H), 90—100厘米 (I),  $>100$ 厘米 (J) 共10个级别进行了分类计算和制图 (见图3)。经实地验证, 用趋势面分析计算出的平原盆地区图斑准确率在90%以上, 回归分析计算出的山地丘陵区图斑准确率在80%左右。虽然后者不及前者的准确率高, 但山地丘陵区环境较平原盆地区复杂得多, 土壤厚度变化极大, 能取得这样的模拟成果, 还是比较令人满意的。

用数学方法编制土壤厚度图与用常规方法相比较, 具有以下优点:

- 1、克服了常规方法中编图原则和依据因人而异, 主观影响大, 逻辑性不强的缺点;
- 2、编图周期短, 野外工作量小, 费用低。我们仅用3个多月就完成了陕南秦巴山地7万多

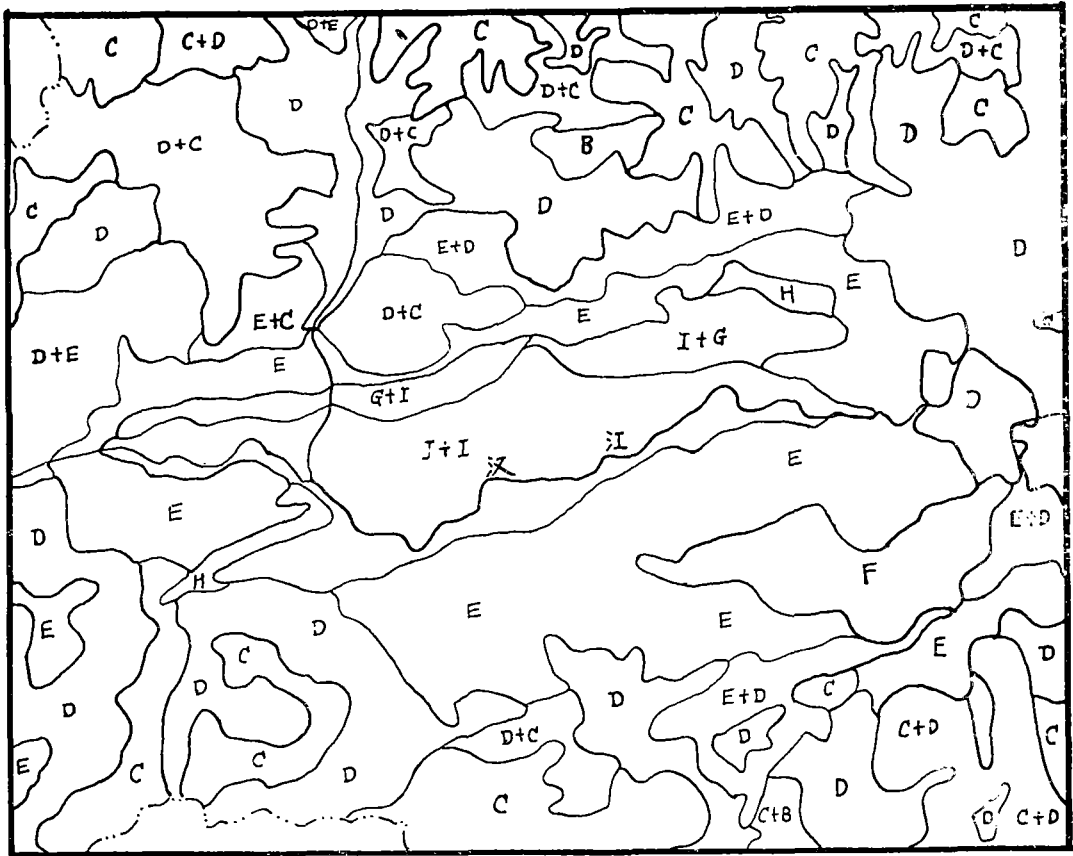


图3 陕南秦巴山地土壤厚度示意图

平方公里 1 : 500,000 土壤厚度图的编制工作, 提高工效 3—5 倍, 经费开支只有常规方法的 1/8—1/10;

3、方法简便, 易于掌握, 可根据实际需要选择多种数学模型, 进行对比试验制图。另外, 数学方法易于与计算机管理系统相联接, 提高土地资源的管理水平;

4、数学制图方法还可推广应用到同类性质(土壤侵蚀类型图、土壤侵蚀模数图等)问题研究中去。

编制完成陕南秦巴山地土壤厚度图后, 我们请有关专家进行了审议。专家们认为: 用数学方法编制土壤厚度图属于创新性的研究工作, 用该方法编制的陕南秦巴山地土壤厚度图比较客观地反映了陕南秦巴山地土壤厚度的实际情况, 对山区的经济开发和土壤保持研究工作有一定的指导意义。

由于用数学方法编制土壤厚度图是一尝试性的研究, 还存在一些问题和不足之处, 敬请各位同行批评指正。另外, 此文撰写中曾得到甘枝茂、张伯祉副教授的指导, 特致谢忱。

