

小流域规划多目标决策模型与方案的选定

陈文贵

(水利部珠江水利委员会水利管理处·广州市·510611)

摘要 该文阐述了小流域多目标规划决策模型的建立、解法及多个规划方案的选定问题,并通过举例分析,介绍了层次分析法在小流域多目标规划方案选定中的应用,为小流域的规划决策提供了依据。

关键词 小流域 多目标规划 决策模型方案 层次分析法

Multiobjective Decisional Model and Selection of Small Watershed Program

Chen Wengui

(Water Resources Management Department, the Committee of Zhujiang Water
Resources, Ministry of Water Resources, 510611, Guangzhou Municipality)

Abstract The problems about how to construct multi-objective program decisional model and how to solve it, and the selection on multi-objective program are discussed. The application of gradational analysis to the multiobjective programme selection of small watershed plan is illustrated. It provides a basis for the decision of small watershed planning.

Keywords small watershed; multiobjective programming; decisional model plan; gradational analysis

1 小流域规划多目标决策模型

小流域是包括农、林、牧、副、渔等生产结构的单元,是一个综合的复杂系统。对它进行规划的目标通常不只一个,例如有经济目标、农业目标、林业目标、牧业目标以及其它目标:比如水土流失、水土资源合理开发利用、粮食产量、投资等,若从规划的任务和用途来分析,规划的目标还有:保护生态环境、灌溉、发展旅游观光、养鱼等,不管从什么要求去分析,凡是有两个以上目标的规划都可称为多目标小流域规划,在此基础上建立的决策数学模型,可统称多目标决策模型。

单一目标的小流域规划可以沿用过去常用的规划方法,就可求得最优的规划方案,而对于

多目标的小流域规划,必须通过建立多目标规划决策数学模型,用专门的方法才可以解决。

多目标的小流域规划,单从数学角度而言,就是向量最优化规划问题,是一个极值问题。假如有 P 个目标要被极大化,则多目标规划决策数学模型的一般形式可归纳为:

$$\text{目标函数: } \text{Max}(F_1(x), \dots, F_p(x))$$

$$\text{约束条件: } g_i(x) \leq b_i (i = 1, 2, \dots, m)$$

$$\text{非负条件: } x \geq 0$$

式中: X ——决策变量的 n 维向量, $x = (x_1, \dots, x_n)^T$;

$F_j(x)$ —— p 个目标组成的向量。($j = 1, 2, \dots, p$);

$g_i(x)$ —— m 个约束函数($i = 1, 2, \dots, m$);

b_i ——约束方程的常数项

很明显,这个多目标规划决策数学模型的最优解不是某一目标函数的极值,而是 p 个目标函数之间协调得出的各个目标函数都比较满意的协调最优解。而在实际的小流域规划中,要使每个目标函数都达到理论上的最优极值解,基本上是不可能的,也是没有现实意义的。求解这个多目标决策数学模型就是要寻求各个目标函数都比较满意的协调最优解。

2 多目标规划决策数学模型的求解

多目标规划决策数学模型的解法有很多种,在这里介绍已在社会生产实践中得到广泛应用的层次分析法。

层次分析法又称层次权重分析法,是美国著名科学家 T·L·seaty 于 70 年代提出的一种系统诊断方法。它首先把问题层次化,根据问题的性质和要达到的总体目标,将问题分解为不同的因素,并按照因素间的相互关联影响以及隶属关系,将因素按不同层次聚集结合,形成一个多层次的分析模型,最终把系统分析归结为最低层(供决策的方案)相对于最高层(总体目标)做相对重要性权值的确定或相对优劣次序的排序问题。其一般步骤为:

2.1 建立层次分析模型

根据小流域规划的任务和各个目标的重要性,把它们划分为若干层,最高层为小流域规划的总体目标;中间层是小流域规划的局部目标和任务;最低层是小流域规划的具体方案。这样,就建立了小流域多目标规划的层次分析模型。

2.2 构造判断矩阵

根据已建立的小流域多目标规划的层次分析模型,邀请有经验的专家、学者对每一层中各个目标之间的相对重要性作出一定的判断。这些判断通过引入合适的标度,用具体数值表示出来,形成数值判断矩阵,见表 1 所示。

表 1 中 b_{ij} 表示对上层目标 A_i 而言, B_i 目标对 B_j 目标的相对重要性,一般称为标度,可参见表 2 确定。

表 1 B 矩阵

A_k	B_1	B_2	...	B_n
B_1	b_{11}	b_{12}	...	b_{1n}
B_2	b_{21}	b_{22}	...	b_{2n}
...
B_n	b_{n1}	b_{n2}	...	b_{nn}

2, 4, 6, 8 为表 2 相邻判断的中值, 诸倒数表示相应的反比较。对于任何判断矩阵 B 的元素均具有:

$$b_{ij} = 1/b_{ji} \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

2.3 单层次排序计算和一致性检验

每一层中有关元素或目标重要性对上层元素或目标而言的权重值可按计算判断矩阵的特征值及特征向量来确定, 计算需满足:

$$BW = \lambda_{max} \cdot W$$

式中: B ——判断矩阵;

W ——相应于 λ_{max} 的 B 矩阵的特征向量;

λ_{max} —— B 矩阵的最大特征值。

为了保证层次分析得到结论合理化, 需检验判断矩阵的一致性, 判断矩阵的一致性指标为 CR , 由下式所求得:

$$CR = CI/RI = \frac{(\lambda_{max} - n)}{n - 1} \cdot \frac{1}{RI}$$

式中: CR ——判断矩阵的综合一致性指标;

CI ——判断矩阵的一次性指标;

RI ——判断矩阵的随机一次性指标; 如表 3 所示;

n ——判断矩阵的阶数;

λ_{max} ——判断矩阵的最大特征值。

表 2 标度的含义

标 度	含 义
1	表示两元素相比, 具有同样重要性。
3	表示两元素相比, 一个元素比另一个元素稍微重要。
5	表示两元素相比, 一个元素比另一个元素明显重要。
7	表示两元素相比, 一个元素比另一个元素强烈重要。
ρ	表示两元素相比, 一个元素比另一个元素极端重要。

表 3 随机一致性指标 RI 取值表

矩阵阶数 n	1	2	3	4	5	6	7	8	9
RI	0	0	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46

只有满足 $CR < 0.10$, 判断矩阵才具有一致性, 否则, 就必须对判断作必要的调整, 使其最终能满足 $CR < 0.10$ 。

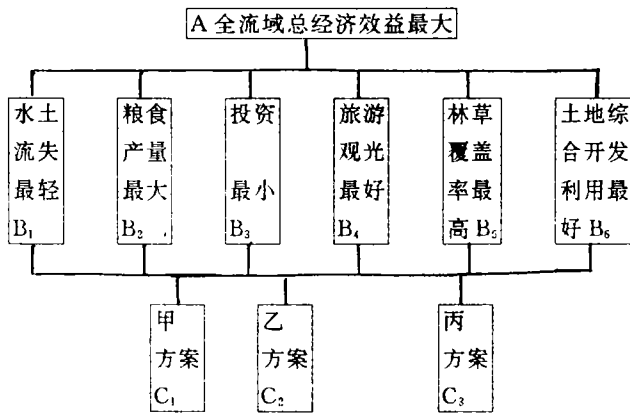
2.4 层次总排序, 确定最优方案

根据以上的单层次排序结果, 计算出层次总排序, 就可以判别各个方案对满足总体目标综合评价指标的次序, 确定各个方案的优劣。

2.5 举 例

某小流域多目标规划方案选定问题。总体目标 (A) 是要全流域总净经济效益最大。具体的和局部的规划目标, 任务 (B 目标) 有 6 项 (即 $n = 6$), 包括水土流失最轻 (B_1)、粮食产量最大 (B_2)、投资最小 (B_3)、旅游观光最好 (B_4)、林草覆盖率最高 (B_5) 和土地综合开发利用最合理 (B_6) 等。经过计算有关的效益、费用、可靠性等各种指标, 最后从众多的规划方案中, 选出甲、乙、丙 3 种方案 (即具体方案层 C) 供专家、学者进行方案选定, 最终选定一种方案来进行实施。

该小流域多目标规划方案的选定的层次结构模型如附图所示：



附图 多目标规划方案选定层次结构模型图

根据已建立的层次分析模型，可构造总体目标层(A)与具体的和局部的规划目标、任务层(B)之间的判断矩阵，由有经验的专家、学者给出判断矩阵的数值，如下表所示：

	A	B ₁	B ₂	B ₃	B ₄	B ₅	B ₆
[B]=	B ₁	1	1	1	3	2	1/2
	B ₂	1	1	2	4	2	1/2
	B ₃	1	1/2	1	3	3	1/2
	B ₄	1/3	1/4	1/3	1	1	1/2
	B ₅	1/2	1/2	1/3	1	1	1
	B ₆	2	2	2	2	1	1

用矩阵代数法，求得 B 判断矩阵的最大特征值 $\lambda_{max} = 6.448$ ，然后代入 $B \cdot W = \lambda_{max}W$ 求得 B 判断矩阵的特征向量 $W_0 = [0.187 \ 0.220 \ 0.178 \ 0.076 \ 0.092 \ 0.247]^T$ 。

W_0 的数值表示了具体的和局部的规划目标、任务相对于实现总体目标的重要性，按重要性排列的次序如下：土地综合利用、粮食产量、水土流失、投资、林草覆盖率、旅游观光。

为了确保层次分析得到的结果合理，需对判断矩阵 B 的一致性进行检验，由于：

$$CR = \frac{\lambda_{max} - n}{n - 1} \times \frac{1}{RI} = \frac{6.448 - 6}{6 - 1} \times \frac{1}{1.24} = 0.072 < 0.10$$

所以，认为判断矩阵 B 满足一致性要求，也说明前面层次分析得到的结果合理。

同理，可分别构造具体的和局部的规划目标、任务与方案层(C)之间的判断矩阵，以水土流失最轻 B₁ 为例，其对方案层(C)的判断矩阵为：

	B ₁	C ₁	C ₂	C ₃
[B ₁]=	C ₁	1	1	3
	C ₂	1	1	2
	C ₃	1/3	1/2	1

经计算可得出 $\lambda_{max} = 3.019$ ，相应的特征向量 $W_1 = [0.043 \ 0.388 \ 0.169]^T$ ， $CR =$

0.018 < 0.10, 满足一致性要求。

用同样方法, 可计算出各判断矩阵的各种指标:

对于判断矩阵 $B_2 - C$:

$$\lambda_{max} = 3.008 \quad W_2 = [0.100 \quad 0.433 \quad 0.467]^T$$

$$CR = 0.008 < 0.10$$

对于判断矩阵 $B_3 - C$:

$$\lambda_{max} = 3.011 \quad W_3 = [0.691 \quad 0.160 \quad 0.149]^T$$

$$CR = 0.011 < 0.10$$

对于判断矩阵 $B_4 - C$:

$$\lambda_{max} = 3.078 \quad W_4 = [0.155 \quad 0.491 \quad 0.354]^T$$

$$CR = 0.075 < 0.10$$

对于判断矩阵 $B_5 - C$:

$$\lambda_{max} = 3.019 \quad W_5 = [0.388 \quad 0.443 \quad 0.169]^T$$

$$CR = 0.018 < 0.10$$

对于判断矩阵 $B_6 - C$:

$$\lambda_{max} = 3.003 \quad W_6 = [0.682 \quad 0.216 \quad 0.102]^T$$

$$CR = 0.003 < 0.10$$

根据以上计算出来的具体的和局部的规划目标、任务层(B)对总体目标层(A)、方案层(C)对具体的和局部的规划目标、任务层(B)的单层次排序结果, 可计算出方案层(C)对总体目标层(A)的总体序。

总体目标层(A)的总体序可由下式计算:

$$W = (W_1^T W_2^T W_3^T W_4^T W_5^T W_6^T (W_0^T)) =$$

$$\begin{bmatrix} 0.443 & 0.100 & 0.691 & 0.155 & 0.388 & 0.682 \\ 0.388 & 0.433 & 0.160 & 0.491 & 0.443 & 0.216 \\ 0.169 & 0.467 & 0.149 & 0.354 & 0.169 & 0.102 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0.187 \\ 0.220 \\ 0.178 \\ 0.076 \\ 0.092 \\ 0.247 \end{bmatrix}$$

$$= (0.444 \quad 0.328 \quad 0.228)$$

根据上面的计算结果可得出, 3种方案满足具体的和局部的规划目标, 任务和总体目标的权重值, 甲方案最好, 乙方案次之, 丙方案最差。于是, 最后选定甲方案作为小流域的综合实施方案。

3 多目标规划方案的选定

对于小流域多目标规划方案的最后选定问题, 鉴于问题的复杂性、用途性和重要性, 应当依据《水土保持法》等有关的法规和程序, 在保持水土的前提下, 按照统筹兼顾, 综合利用总体最优、高效益、低费用等原则, 充分而科学利用土地资源, 发挥土地资源的优势, 把小流域建设为多目标、多功能、高效益的综合防护体系和经济体系。经建立层次分析模型选定的方案, 往往在最后实施时, 得不到采用, 并不是说明该方法不能应用在多方案选定方面, 而是要求我们在应用这种方法时, 排除一些人为的因素, 使这种方法更趋完善, 为今后的小流域规划决策提供科学而有效的依据。