

浅谈小流域水土保持综合治理优化规划问题

许志云

(山东省水利厅水土保持办公室·济南市·250013)

摘要 小流域综合治理优化规划设置的决策变量必须明确、具体且合乎实际,有关梯田、各项生物措施和沟道工程等主要决策变量不能遗漏。优化模型有净效益、蓄水、保土和生态效益4个目标函数,属多目标非线性规划问题。线性初始解法和约束法是求解该问题的有效方法。

关键词 小流域 水土保持 优化模型 多目标规划 非线性 线性初始解法 约束法

Elementary Analysis to Optimum Program of Comprehensive Control of Soil and Water Conservation at Small Watershed

Xu Zhiyun

*(The Committee Service of Soil and Water Conservation,
Shandong Department of Water Conservancy, 250013, Ji'nan Municipality)*

Abstract The decisive variables of comprehensive controlling program at small watershed must be clear, concrete and practical. The main decisive variables about terrance, biological measures and gully engineering mustn't be left out. The optimum model is a multi-objective and unlinear programming, it has four objective functions, they are net benefit, flood storage, soil conservation and ecological benefit, The linear initial solution and the restraining method are two efficient method to solute this question.

Keywords small watershed; soil and water conservation; optimum model; multi-objective program; unlinear; linear initial solution; restraining method

社会经济和科学技术的飞速发展,需要小流域水土保持综合治理达到技术合理、经济合算、运转协调的要求,传统的经验规划显然已不适应这种要求,必须运用系统工程方法进行优化规划。

目前,在优化规划方面已经取得了许多令人瞩目的成果,有的在生产中发挥了较大的效益。但是,应该看到,尚有许多问题需做更加深刻的研究与探讨。本文从决策变量设置、目标函数选定、模型属性和求解方法4个方面作了初步探讨。

1 决策变量设置

决策变量就是规划中需要确定的各项治理措施的数量或规格,是未知量。变量设置必须明

确、具体而合乎实际。有关梯田、各项生物措施以及沟道工程这些主要决策变量不能遗漏。具体地说,应包括梯田的数量、经济林、水保林、经济作物和粮食作物的数量,还有谷坊、塘坝的规格数量等等。不但要确定各项措施的数量,还要确定其位置。也就是说梯田的数量应该是具体到哪个坡面,什么地块的梯田数量,因为在A地块造梯田的费用和效益与在B地块可能有较大差异。同样,在A地块造经济林与在B地块也会有很大不同,不可含混地以梯田总面积、经济林总面积和粮食作物总面积等笼统地作为决策变量,否则对治理实施将毫无指导意义,所以各项措施必须具体到某一地块。同时还要确定所修梯田的宽度。梯田与有关生物措施是分不开的,梯田上必然有生物措施,这种联系不可忽视。

设在第*i*地块种植第*j*种生物的面积 X_{ij} ,

$j = 1$ 为果树; $j = 2$ 为粮食作物; $j = 3$ 为经济作物; $j = 4$ 为水保林; $j = 5$ 为草;……

宽度不同的梯田,造价和效益相差很大,所以设 X_{ij} 对应梯田的宽度为 Y_{ij} ;

当 $Y_{ij} = 0$ 时,相应的梯田面积也等于零;

当 $Y_{ij} > 0$ 时,相应的梯田面积即为 X_{ij} 。

谷坊和塘坝的位置难以用数学方法确定,可凭经验,根据地质、地形条件,拟定其具体位置,其容量规模可通过优化求解确定。谷坊和塘坝的造价与容量(效益)主要取决于坝高,故设第*k*座塘坝的坝高决策变量为 T_k 。再设第*K*座谷坊的坝高决策度量为 G_k 。

2 目标函数选定

《水土保持技术规范》规定水土保持的效益包括经济效益、蓄水保土效益、社会效益和生态效益。

经济效益在优化规划中应当以扣除投资与各项费用的净效益为准,并且还要考虑资金的时间价值。因为有的措施发挥效益早,有的则晚,必须考虑资金的时间价值,谁优谁劣方有可比性。

蓄水保土效益应分为:一是蓄水;二是保土,两者不可互相取代,也不可同一个量表示。蓄水包括塘坝、谷坊蓄水和梯田及植物的含蓄水。保土也包括坡面措施保土和沟道工程措施保土。

社会效益无法直接计算,而且主要是着眼于小流域以外的效益,与小流域内部治理的方案比较关系不大;再说,蓄水保土效益在很大程度上代表了社会效益,两者成正比关系,优化规划中考虑了蓄水保土效益,也就没有必要再考虑社会效益。

生态效益可用空气湿度、植被率、动物种群、微生物多少来表示和体现,但是这些都难以用目标函数表达。蓄水和保土及增加植被与生态效益是相辅相成的。可用这些数量表示生态效益的大小。蓄水和保土前面已经考虑,这里可用林草覆盖面积作为生态效益的目标函数。

根据以上分析,小流域综合治理优化规划一共有4个目标函数,即:

净效益最大:

$$\text{Max } F_1(X, Y, T, G) = \sum f_1(X_{ij}, Y_{ij}) + \sum f_1(T_k) + \sum f_1(G_k) \quad (1)$$

蓄水效益最大:

$$\text{Max } F_2(X, Y, T, G) = \sum f_2(X_{ij}, Y_{ij}) + \sum f_2(T_k) + \sum f_2(G_k) \quad (2)$$

保土效益最大:

$$\text{Max } F_3(X, Y, T, G) = \sum f_3(X_{ij}, Y_{ij}) + \sum f_3(T_k) + \sum f_3(G_k) \quad (3)$$

林草覆盖面积(生态效益)最大:

$$\text{Max } F_4(x) = \sum X_{ij} \quad (4)$$

式中: $f_1(X_{ij}, Y_{ij})$ 、 $f_2(X_{ij}, Y_{ij})$ 、 $f_3(X_{ij}, Y_{ij})$ ——分别为第 i 地块中第 j 种措施的净效益函数、蓄水函数、保土函数;

$f_1(T_k)$ 、 $f_2(T_k)$ 、 $f_3(T_k)$ ——分别为第 k 座塘坝的净效益函数、蓄水量函数、保土量函数;

$f_1(G_k)$ 、 $f_2(G_k)$ 、 $f_3(G_k)$ ——分别为第 k 座谷坊的净效益函数、蓄水量函数、保土量函数

以上函数可用试验方法确定,也可用经验或对有关治理资料进行统计回归取得。

小流域综合治理优化规划目标有经济目标和非经济目标,经济目标可以用货币公度,非经济目标不可用货币衡量,只能用数量或产量评价。各目标之间是相互矛盾,相互制约的,不可互相取代为一个目标,所以是多目标优化问题。

有了目标函数,还需要根据小流域的实际情况和社会及经济方面的要求确定约束条件,一般包括粮食需求约束、投资约束、劳动力约束、地块面积约束、需水量约束、饲料(草)约束等等,这样就形成了优化规划的数量模型。

3 模型属性

小流域水土保持综合治理优化规划模型属非线性,见以的分析:

在净效益目标函数((1)式)中,第 i 地块第 j 种措施的净效益函数 $f(X_{ij}, Y_{ij})$ 等于单位面积毛效益 C 减去投资与费用(管理费、维修费等)之和 P ,然后乘以措施面积 X_{ij} 。因为某项种植措施对应梯田的宽度越大,为种植生物提供的生长条件越大,所以 C 和 P 都是梯田宽度的函数,分别用 $C(Y_{ij})$ 和 $P(Y_{ij})$ 表示:

$$\text{则 } f_1(X_{ij}, Y_{ij}) = [c(Y_{ij}) - P(Y_{ij})] \cdot X_{ij} \quad (5)$$

是非线性函数。

$f_1(T_k)$ 等于塘坝的毛效益减去投资与费用之和。效益与库容成正比;投资与坝体工程量成正比。据推算,第 k 座塘坝的库容 V_k 可用坝高 T_k 按下式算得:

$$V_k = p_{k1} \cdot T_k^2 + p_{k2} \cdot T_k^3 \quad (6)$$

坝体体积(代表工程量) V'_k 按下式算得:

$$V'_k = d_{k1} \cdot T_k + d_{k2} \cdot T_k^2 + d_{k3} \cdot T_k^3 \quad (7)$$

式中: p_{k1} 、 p_{k2} 、 d_{k1} 、 d_{k2} 、 d_{k3} 是与第 k 座塘坝处沟底坡降、沟底宽度与沟底扩展度、沟岸坡度、坝面坡度有关的系数。

库容乘以效益系数 b 后,即为塘坝的毛效益: bV_k ; 坝体体积乘以投资费用系数 c 后,即为投资费用 cV'_k , 所以

$$\begin{aligned} f_1(T_k) &= bV_k - cV'_k \\ &= (bp_{k1} - cd_{k2})T_k^2 + (bp_{k2} - cd_{k3})T_k^3 - cd_{k1}T_k \end{aligned} \quad (8)$$

是非线性函数。

同理, $f_2(G_k)$ 亦为非线性函数。

蓄水效益目标函数(式(2))中 $f_2(X_{ij}, Y_{ij})$ 是与措施面积 X_{ij} 和梯田宽度 Y_{ij} 有关的含蓄水的函数。梯田宽度越大,其单位面积含蓄水的能力越大,即成正比关系,所以,蓄水量 $f_2(X_{ij}, Y_{ij})$ 中必有 X_{ij} 与 Y_{ij} 的相乘相: $X_{ij} \cdot Y_{ij}$, 是非线性的。 $f_2(T_k)$ 是与库容有直接关系的函数。设第 k 座塘坝的蓄水效率为 μ_k , 则

$$\begin{aligned} f_2(T_k) &= \mu_k \cdot V_k \\ &= \mu_k \cdot (p_{k1}T_k^2 + p_{k2}T_k^3) \end{aligned}$$

是非线性的。

同样可推得 $f_2(G_k)$ 也是非线性函数。

按上述方法,还可推得保土效益目标函数(式(2))也是非线性的。

许多约束条件也是非线性的,如粮食需求:

$$\sum S(Y_{ij}) \cdot X_{ij} \geq U \quad \text{是非线性的。}$$

式中: $S(Y_{ij})$ ——以梯田宽度为变量的粮食单户函数;

U ——粮食需求量。

投资约束为:

$$\sum P(Y_{ij}) \cdot X_{ij} + hV'_k + \dots \leq W \quad \text{是非线性的。}$$

式中: $P(Y_{ij})$ ——以梯田宽度为自变量的单位面积投资函数;

h ——单位塘坝工程量的投资系数。

由以上分析可知,小流域水土保持综合治理优化规划数学模型,无论是从目标函数分析,还是从约束条件分析,结论都是非线性的。

4 求解方法

非线性模型求解难度较大,尤其是小流域综合治理优化规划模型,决策变量浩繁,目标函数众多,约束方程广泛,是规模较大的多目标非线性规划模型,求解更是令人望而生畏,须寻找一些求解捷径和容易在计算机上执行的方法。

对于一个变量很多、规模较大的非线性模型来说,能否方便地求得最优解在很大程度上取决于初始可行解的确定,如果初始可行解选得好,比较接近于最优解,那么,求解就会变得比较容易,否则要求得最优解就非常困难,甚至根本找不到最优解,而且,用计算机自动确定一个初始可行解,也不是一件容易的事情。为此,笔者提出借助线性规划确定初始可行解的方法,即对造成非线性问题的决策变量赋予一个初始值,将模型变成线性模型,求出该线性模型的最优解,然后以此解连同对有关决策变量已赋予的初始值,形成原非线性规划模型的初始可行解。这种方法可称之为“线性初始解法”。

有了初始可行解,可采用“可变多面体法”寻求最优解,这种方法已被证明在数字计算机上执行比较方便。由于用线性初始解法求得的初始可行解已比较接近于最优解,所以,求解比较容易。

在前述模型中,可将梯田宽度决策变量和塘坝高度决策变量及谷坊高度分别赋予合适的初始值,即令:

$$Y_{ij} = m_{ij}, T_k = a_k, G_k = e_k$$

则式(5)变为 $f_1(X_{ij}, Y_{ij}) = [c(m_{ij}) - p(m_{ij})]X_{ij}$, 是线性的;

式(8) $f_1(T_k) = (bp_{k1} - cd_{k2})a_k^2 + (bp_{k2} - cd_{k3})a_k^3 - cd_{k1}a_k$ 变为一个数值;

式(9) $f_2(T_k) = U_k \cdot (p_{k1}a_k^2 + p_{k2}a_k^3)$ 也变为一个数值;

约束条件:粮食需求 $\sum S(Y_{ij})X_{ij} \geq U$ 变为

$$\sum S(m_{ij})X_{ij} \geq U \quad \text{是线性方程,其余类推。这样就将原模型变为线性的,可}$$

按前述方法进行求解。

据前分析,小流域综合治理优化规划模型是多目标非线性规划问题,其最优解不只一个,而是许多解组成的集合,称为“非劣解”,可采用“非劣解生成技术”求得。所谓非劣解,即在所有可行解集中,没有一个解优于它,或它劣于任一个解。一般来说,前述模型的决策变量是连续

的,非劣解有无限个,若全部求出是不可能的,可采用“约束法”,根据小流域的实际需要求出若干个非劣解供决策选择。

“约束法”即从目标函数中选择一个目标作为基本目标,而将其余目标赋予一定数值限制后转化为不等式约束,形成普通的单目标数学模型。对于前述模型可把净效益作为基本目标函数,而将蓄水、保土和生态(林草覆盖面积)3个目标函数分别赋予合适的数值限制,从而转化为约束方程,可令蓄水量大于等于 U 万 m^3 ,保土量大于等于 t ,林草覆盖面积大于等于 S hm^2 ,即

$$\begin{aligned} \sum f_2(X_{ij}, Y_{ij}) + \sum f_2(T_k) + \sum f_2(G_k) &\geq U \\ \sum f_3(X_{ij}, Y_{ij}) + \sum f_3(T_k) + \sum f_3(G_k) &\geq t \\ \sum X_{ij} &\geq S \end{aligned}$$

这样就可按单目标进行求解。选择几组 U 、 t 、 S 的值,便可求得若干个非劣解,据此由决策者选定最佳方案。

5 结 语

小流域水土保持综合治理优化规划数学模型的建立,必须要设置体现标准与规格的决策变量,如梯田宽度、塘坝高度等,这样才能真实模拟各项措施的功能、效益和投资。小流域水土保持综合治理既涉及经济发展,又涉及环境质量;既与地区开发有关,又影响社会福利,所以是多目标问题。建立的数学模型必须是非线性的,否则就不能切合实际地模拟治理的真实情况。在对模型求解时,不能死搬硬套用一些常规的数学方法,要灵活地根据实际情况,寻求一些捷径,本文提出的用“线性初始解法”和“约束法”联合求解小流域水土保持综合治理多目标非线性规划数学模型的方法,就是一种简捷、实用、正确的好方法。