

# 非饱和土壤物理特性数据处理软件 APPIA 的数理基础分析\*

张光辉

(中国科学院水利部水土保持研究所, 陕西杨陵 712100)

**摘要** APPIA 是用于非饱和土壤物理特性数据处理的专用软件, 可快速分析非饱和土壤持水曲线和导水曲线并给出相关参数。系统分析了 APPIA 的数理基础, 并对不同方法分析的结果进行了比较。结果表明: 用 APPIA 程序可获得较为准确的非饱和土壤物理参数, 应广泛推广使用。

**关键词:** 非饱和土壤 APPIA 软件 数理基础分析

文章编号: 1000-288X(1999)04-0025-05 文献标识码: A 中图分类号: S152.7, TP391

## Mathematical and Physical Base of APPIA for Unsaturated Soil Physical Properties Determination

ZHANG Guang-hui

(Institute of Soil and Water Conservation, Chinese Academy of Sciences and Ministry of Water Resources, Yangling, Shaanxi 712100, PRC)

**Abstract** APPIA is a special software for unsaturated soil physical properties determination, and can rapidly analyze unsaturated soil water retention curve, and conductivity curve and provide with relative parameters. The mathematical and physical base of APPIA is analyzed and the results predicted by different method are compared. The result shows corrected unsaturated soil physical parameters can be got by APPIA. So the software of APPIA should be spreaded widely.

**Keywords:** unsaturated soil; APPIA software; mathematical and physical base analysis

APPIA 是由荷兰 Winand Staring Centre 在美国 RETC 程序的基础上, 为蒸发法设计的专用软件包, 该软件可迅速、准确地分析由 STAR-1 产生的 APPIA 数据文件, 从而获得非饱和土壤持水曲线和导水曲线以及相关参数。APPIA 软件的数理计算包括: (1) 由已知的压力水头和平均含水量用迭代法计算  $h_m(\theta)$ ; (2) 由水分损失通量和 Richard 公式计算  $K(m)$ ; (3) 用 Brooks 和 Corey 持水模型及 van Genuchten 持水模型拟合持水曲线; (4) 用 Mualem 导水模型及 Burdine 导水模型拟合导水曲线; (5) 用非线性最小平方优化法进行参数预测。下面对各个计算过程的数理基础进行分析。

### 1 迭代法计算 $h_m(\theta)$

在 APPIA 的计算过程中有如下 2 个假设<sup>[1]</sup>: (1) 渗透压和气压为 0; (2) 非饱和或部分饱和和土壤的水分运动可用传统的 Richard 公式描述:

$$C(\partial h / \partial z) = (\partial \alpha) [K(\partial h / \partial z) - K] \quad (1)$$

式中:  $C$ ——土壤比水容量( $T$ );  $K$ ——导水率( $LT^{-1}$ );  $h$ ——水头( $L$ );  $t$ ——时间( $T$ );  $z$ ——垂直坐标( $L$ ), 向下为正。计算过程中将土样依张力计分成 4 个室, 视每个室内压力势和

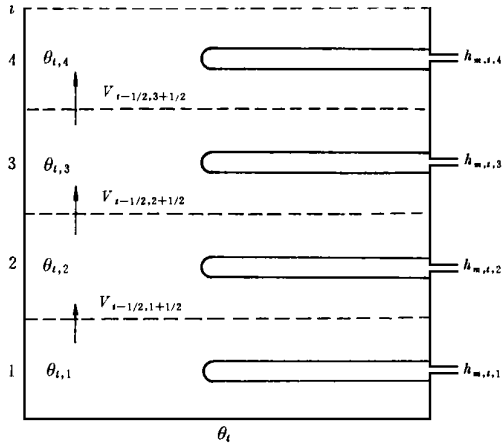


图 1 土样图

含水量相同。根据试验结束时的土壤含水量和土样重量损失梯度, 返推各时间段的平均含水量 $\theta$  ( $t = 1, 2, \dots, n$ ), 用 STAR-1 记录的各时段平均压力水头  $h_{m,t,i}$  和平均含水量计算出各时段的  $h_m(\theta)$ , 从而获得  $n$  个点, 将这  $n$  个点绘成曲线, 用 5 次多项式(用多元线性回归) 开始迭代, 将每个时段的 4 个张力计压力水头值代入 5 次多项式, 得到每个时段 4 个室的平均含水量, 计算各时段的平均含水量, 将这些含水量与返推的各时段平均含水量相除, 乘以相应时段 4 个室的平均含水量, 得到新的  $h_{m,t,i}$  和时段含水量系列, 绘制新的曲线, 然后用 6 次多项式进行拟合, 重复计算直到符合精度。

## 2 用水流通量计算 $K(m)$

用  $\theta_{t-1,i} - \theta_{t,i}$  计算  $t-1$  和  $t$  ( $t = 2, 3, \dots, n$ ) 时段各室  $i$  ( $i = 1, 2, 3$ ) 水分蒸发通量, 假设下边界水流通量为 0, 根据各时段水分蒸发通量、室高和时间间隔计算出 3 个水流通量  $V_{t-1/2,i+1/2}$ 。

$$V_{t-1/2,i+1/2} = \frac{1}{\tau_t - \tau_{t-1}} \sum_{j=1}^i a_j (\theta_{t-1,j} - \theta_{t,j}) \quad (2)$$

式中:  $V_{t-1/2,i+1/2}$ ——时段  $t-1$  到  $t$  不同室间水流通量;  $\tau$ ——记录时刻;  $a_j$ —— $j$  室高度。

对不同时段相邻室间的压力水头进行几何平均, 获得压力水头梯度:

$$\frac{\partial h_m}{\partial z} = \frac{\Delta h_{m,t-1/2,i+1/2}}{\Delta z} = \frac{h_{m,t,i} + i h_{m,t-1,i+1} + h_{m,t,i} h_{m,t-1,i}}{z_{i+1} - z_i} \quad (3)$$

因土样内  $h_m$  呈非线性分布, 因而用几何平均计算  $h_m$  比算术平均更为准确<sup>[2]</sup>。将(2), (3) 式计算的结果代入(1) 式, 可获得非饱和导水率  $K(m)$ , 即非饱和导水率为水流通量和压力水头的商。在实验开始时由于压力水头梯度很小, 压力水头测定的误差对非饱和导水率  $K(m)$  影响很大, 随着实验的进行这种影响会逐渐减小。

## 3 持水模型

在 APPIA 程序中采用了 Brooks 和 Corey 持水模型<sup>[3]</sup> 和 van Genuchten 持水模型<sup>[4]</sup> 拟合持水曲线, 这两种持水模型都是以土壤空隙分布函数为基础的经验模型, 形式简单, 易于应用, 但对于不同土壤适应程度不尽相同。

### 3.1 Brooks 和 Corey 持水模型

该模型是由 Brooks 和 Corey 于 1964 年建立的, 是应用最为广泛的持水模型之一, 其表达式如下:

$$\theta = \begin{cases} \theta_r + (\theta_s - \theta_r) (\alpha h)^{-\lambda} & (\alpha h > 1) \\ \theta_s & (\alpha h < 1) \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $\theta_r$ ——残余含水量;  $\theta_s$ ——饱和含水量;  $\alpha$ ——经验常数, 其倒数为进气值或气泡压力;  $\lambda$ ——空隙分布函数, 它影响持水曲线函数的斜率。式中的  $\theta$  和  $\theta$  被视为土壤持水曲线经验常数, 并没有很多物理意义。该模型被大量应用于非饱和土壤水流运动研究, 对孔隙分布较窄的粗质或扰动土壤, 用该模型可获得相对准确的结果, 但对于粘质或未扰动的田间土壤, 因缺乏

准确的进气值会产生较大的误差。

### 3.2 van Genuchten 持水模型

为描述近饱和处土壤持水曲线,曾提出过很多连续微分方程,虽然这些方程可获得精确的土壤持水曲线,但因形式过于复杂,且不符合导水孔隙分布模型或无简单的逆转关系,从而限制了这些模型在土壤水分运动研究中的应用<sup>[5]</sup>,其中一种相对平滑且具优点的方程是 van Genuchten 方程。

$$S_e = 1 / [1 + (\alpha h)^n]^m \quad (5)$$

式中:  $S_e$ ——饱和度,其定义为:  $S_e = (\theta - \theta_r) / (\theta_s - \theta_r)$ ;  $\alpha, n, m$  为影响持水曲线的经验常数。为了更准确地研究持水曲线近饱和处的变化特征,可以将  $m, n$  加以不同的限制, (1)  $m = 1 - 1/n$ , (2)  $m = 1 - 2/n$ , (3)  $n$  保持常数,而  $mn$  保持常数。3 种限制条件所适应的土壤也不尽相同,如给定的  $mn$  值可以使持水曲线近饱和端的曲线形式固定。对于大多数土壤而言,变化的  $m$  和  $n$  可用(5)式得到很好的预测精度,只有对结构良好的、团粒含量高的土壤例外,在 3 种限定条件中,第一种的结果最好,但它并不适合于所有土壤,因为对于粗质土壤而言,Brooks 和 Corey 持水模型可获理想的结果。虽然变化的  $m$  和  $n$  可得到较好的预测精度,可它并不一定适用于所有数据,在很多情况下,特别在田间测定时由于测定数据范围有限,需要用室内方法测定低含水量时的持水曲线,但这些数据无法产生准确的持水曲线,在这种情况下如使  $m$  和  $n$  变化会产生严重的问题,因而在数据不完全时用  $m = 1 - 1/n$  和  $m = 1 - 2/n$  限制,可取得可靠的结果。

## 4 导水模型

APPIA 程序中用 Mualem<sup>[6]</sup> 和 Burdine<sup>[7]</sup> 导水模型为基础拟合土壤导水曲线,用两种导水模型拟合的导水曲线不尽相同。

### 4.1 Mualem 模型

该模型是 Mualem 以相对导水率的形式推倒出来的,这里  $K$  可以表示为:

$$K(S_e) = K_s S_e^l [f(S_e)/f(1)]^2 \quad (6)$$

(6) 式中:  $S_e$ ——饱和度;  $l$ ——土壤空隙连接系数,对大多数土壤而言,其值在 0.5 左右;

$K_s$ ——饱和导水率;  $f(S_e)$ ——一函数,其形式为:  $f(S_e) = \int_0^{S_e} [1/h(x)] dx$ 。

经推导、变换得  $K(h)$  和  $D(S_e)$  的表达式分别为:

$$K(h) = \frac{K_s \{1 - (\alpha h)^{mn} [1 + (\alpha h)^n]^{-m}\}^2}{[1 + (\alpha h)^n]^{ml}} \quad (m = 1 - 1/n) \quad (7)$$

$$D(S_e) = \frac{(1 - m) K_s S_e^{l - 1/m}}{\alpha n (\theta_s - \theta_r)} [(1 - S_e^{1/m})^{-m} + (1 - S_e^{1/m})^m - 2] \quad (m = 1 - 1/n) \quad (8)$$

### 4.2 Burdine 导水模型

Burdine 导水模型中导水率和扩散率可分别表示为(9)和(10)。在一般情况下由 Mualem 和 Burdine 导水模型计算的结果相差不大,这 2 个模型对颗粒级配较窄的扰动土、粗质土的适宜性较好,但对于未扰动或结构良好的土壤适宜性较差,同时,在近饱和处土壤水分的微小变化均会引起导水率和扩散率的巨大变化。

$$K(S_e) = K_s S_e^l [1 - (1 - S_e^{1/m})^m] \quad (m = 1 - 2/n) \quad (9)$$

$$D(S_e) = \frac{(1 - m) K_s S_e^{l - (m+1)/2m}}{2mn(\theta_s - \theta_r)} [(1 - S_e^{1/m})^{-(m+1)/2} - (1 - S_e^{1/m})^{(m-1)/2}] \quad (10)$$

## 5 参数预测

土壤持水曲线和导水曲线包括 7 个未知参数, 它们是残余含水量  $\theta_r$ 、饱和含水量  $\theta_s$ 、 $\alpha$ 、 $m$ 、 $n$ 、 $l$  和饱和导水率  $K_s$ , APPIA 程序可同时对多个或所有参数进行预测。通过观测的持水、导水或扩散数据运用非线性最小平方优化方法进行未知参数预测, 该方法是部分数据用公式拟合, 而剩余部分用模型预测, 拟合的目的是平方和最大, 而残差和最小。残差和反映了模型偏差和随机误差, APPIA 程序用加权平方和最小的方法逐步迭代未知参数, 每次更新参数矢量, 用模拟结果与以前或当前结果比较, 直到符合精度要求为止。

在只有持水数据时目标函数为:

$$O(b) = \sum_{i=1}^N \{ W_i [\theta_i - \theta(b)] \}^2 \quad (11)$$

式中:  $W_i$ ——权重系数, 反映了观测点的可靠性, 可以反映取样和测定误差;  $b$ ——为一未知参数矢量。当同时有观测的持水和导水或扩散数据时, 参数预测的目标函数变为:

$$O(b) = \sum_{i=1}^N \{ W_i [\theta_i - \theta(b)] \}^2 + \sum_{i=N+1}^M \{ W_i W_1 W_2 [Y_1 - Y_i(b)] \}^2 \quad (12)$$

为了使预测的参数尽量符合实际, APPIA 程序还提供了  $T$  值和  $r^2$  检验。

## 6 应用实例分析

为了说明 APPIA 程序中各个模型对土壤非饱和物理特性分析结果的影响, 我们对同一数据文件利用不同模型进行了分析, 结果见表 1。总体而言用 van Genuchten 模型预测的结果比 Brooks and Corey 模型预测结果理想, 而用 Mualem 和 Burdine 模型预测导水曲线差异并不显著, 同时可以看出对持水曲线预测的误差会对导水曲线产生巨大影响。由于持水曲线在近饱和处的预测误差较大, 从而影响了饱和导水率的预测精度, 我们用大南沟小流域的试验资料, 对预测的饱和导水率与用常水头法测定的饱和导水率进行了回归分析, 结果表明它们之间存在显著的相关关系, 从而说明由 APPIA 程序预测的饱和导水率在一定程度上还是正确的。

$$K_s = 3.6525 + 0.0502K_{sc} \quad r = 0.9226 \quad n = 10 \quad (13)$$

式中:  $K_s$ ——用 APPIA 预测的饱和导水率;  $K_{sc}$ ——用常水头法测定的饱和导水率。

表 1 不同模型分析的非饱和土壤物理参数

方 法	$\theta_r$	$\theta_s$	$\alpha$	$m$	$n$	$l$	$K_s$
持水: V. G. ( $m = 1 - 1/n$ )	0.1	0.414	0.005	0.612	2.576	- 2.127	2.558
持水: V. G. ( $m = 1 - 2/n$ )	0.1	0.409	0.0059	0.400	3.334	- 1.280	2.666
持水: V. G. ( $m = 1 - 2/n$ )	0.1	0.406	0.0064	0.300	4.073	- 2.259	1.877
持水: Brooks and Corey	0.1	0.395	0.0074	1.000	1.022	- 2.395	1.477

注: 表中导水模型皆为 Mualem 模型。

## 7 结 论

本文对用于非饱和土壤物理特性数据处理的 APPIA 程序的  $h_m(\theta)$  迭代法计算, 由水分损失通量和 Richard 公式计算  $K(m)$ , 用 Brooks 和 Corey 持水模型、van Genuchten 持水模型拟合持水曲线, 用 Mualem 导水模型和 Burdine 导水模型拟合导水曲线的数理基础以及参数预测作了系统的分析, 并对不同方法分析的结果进行了比较, 研究结果表明该软件可迅速、准确地分析由 STAR-1 产生的 APPIA 数据文件, 获得非饱和土壤的持水曲线和导水曲线以及相关参数, 值得广泛推广应用。