

# 基于等维新息灰色马尔可夫模型的河流水质预测

颜廷文, 孙宝盛, 张冉

(天津大学 环境科学与工程学院, 天津 300072)

**摘要:** 河流水质预测是对河流水环境污染进行分析、控制和治理的基础。基于太湖流域上海市青浦区急水港点位 2004—2011 年的水质指标 COD, NH<sub>3</sub>—N 数据, 分别建立等维新息灰色预测模型; 由于 NH<sub>3</sub>—N 指标的平均相对误差没有达标, 因此利用马尔可夫模型对 NH<sub>3</sub>—N 指标的预测结果进行修正, 之后应用两种模型分别预测未来几年两项水质指标数值。结果表明, 等维新息灰色马尔可夫模型有效地减小了预测结果的平均相对误差, 提高了预测精度; 未来几年, 两项水质指标均呈整体下降趋势, 并在一定程度上趋于平缓。但由于太湖流域污染的长期性, 其水环境形势依然严峻, 应继续采取合理有效的治理措施, 如从源头上进行减污, 生态清淤, 加快转变流域经济发展方式及完善流域管理等, 使流域水质得到整体改善。

**关键词:** 水质预测; 等维新息灰色模型; 马尔可夫模型

文献标识码: B

文章编号: 1000-288X(2013)05-0130-04

中图分类号: X824

## Prediction of Water Quality Based on Equal Dimension and New Information Markov Grey Model

YAN Ting-wen, SUN Bao-sheng, ZHANG Ran

(School of Environmental Science and Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The prediction of water quality is the foundation of the analysis, control and treatment of water pollution. Based on the data of water quality indexes of COD and NH<sub>3</sub>—N from 2004—2011 at the Jishui water port of Qingpu District, Shanghai City in the Taihu Lake basin, the equal dimension and new information model was established for each index. The mean relative error of the NH<sub>3</sub>—N index did not meet the standard, so the Markov model was used to improve the predicted values. Then, the future water quality indexes were predicted by the two models. Results show that the equal dimension and new information Markov model effectively reduces the average error of the predicted values and enhances the accuracy of them. In the next few years, the two water quality indexes show a downward trend and tend to be flattened to a certain extent gradually. However, due to the long-term nature of the pollution of the Taihu Lake basin, the water environmental situation remains grim. So, reasonable and effective measures should be taken in a long period of time, such as reducing source pollution, making ecological dredging, accelerating the transformation of economic development mode in the basin and improving the management of the basin. The water quality of the Taihu Lake basin may be overall improved in the future.

**Keywords:** prediction of water quality; the equal dimension and new information grey model; Markov model

随着我国经济的飞速发展, 河流水污染这一全国性的问题受到越来越多的关注。河流水质预测是维护、评价和管理当前水质状况的重要依据, 通过预测可以了解当地水体环境质量的演变趋势, 从而及时发现水质恶化的原因并制定相应的治理措施<sup>[1-2]</sup>。

自 20 世纪 80 年代以来, 河流水质预测模型的研究已经有了很大进展。根据模型原理的不同, 目前比较典

型的预测方法主要有数理统计预测法、灰色预测模型法、神经网络模型法和水质模拟预测法等几大类<sup>[3]</sup>。

由于影响水质的因素具有复杂性, 部分是确定已知的, 部分是不确定未知的<sup>[4]</sup>, 因此, 水质预测可采用灰色预测模型。它所需的信息少、对变化趋势要求不高、运算及检验方便, 已在预测领域得到了广泛应用<sup>[5-7]</sup>。但传统的灰色模型在建模过程中会受到数据

收稿日期: 2012-10-19

修回日期: 2012-12-11

资助项目: 天津市自然科学基金重点项目“污水处理中 EPS 和生物多样性的研究”(07JCZDJC02100)

作者简介: 颜廷文(1988—), 女(汉族), 天津市人, 硕士研究生, 研究方向为环境影响评价。E-mail: hpyantingwen@126.com。

通信作者: 孙宝盛(1957—), 男(汉族), 天津市人, 硕士生导师, 副教授, 主要从事水污染控制与治理技术和环境影响评价方面的研究。  
E-mail: baosheng\_sun@sina.com。

随机性扰动的影响,预测精度往往较差,需要对其进行改进。因此,本文构建了一种等维新息灰色马尔可夫预测模型,该模型先利用等维新息来改进传统灰色预测模型,再采用适合随机变化动态系统的马尔可夫链理论来改进预测结果<sup>[6,8]</sup>。

### 1 等维新息灰色马尔可夫模型

#### 1.1 传统灰色 GM(1,1)模型<sup>[9]</sup>

将原始数据序列  $x^{(0)} = \{x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), \dots, x^{(0)}(n)\}$ , 进行一次累加生成 1-AGO, 使得:

$$x^{(1)}(k) = \sum_{m=1}^k x^{(0)}(m) \quad (1)$$

式中:  $x^{(0)}$ ——原始序列;  $x^{(1)}$ ——新序列;  $k = 1, 2, \dots, n, m = 1, 2, \dots, k$ 。

即得到新的数据序列  $x^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2), \dots, x^{(1)}(n)\}$ 。  $x^{(1)}$  可以建立以下白化形式的微分方程:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = u \quad (2)$$

式中:  $\hat{a}$ ——参数列,  $\hat{a} = [a, u]^T$ 。

按最小二乘法解:

$$\hat{a} = (B^T B)^{-1} B^T Y_N \quad (3)$$

$$B = \begin{Bmatrix} -\frac{1}{2}[x^{(1)}(2) + x^{(1)}(1)] & 1 \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(3) + x^{(1)}(2)] & 1 \\ \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}[x^{(1)}(n) + x^{(1)}(n-1)] & 1 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$$Y_N = [x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \dots, x^{(0)}(n)]^T \quad (5)$$

白化形式微分方程的解为:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x^{(0)}(1) - \frac{u}{a})e^{-at} + \frac{u}{a} \quad (6)$$

将模型还原为:

$$\hat{x}^{(0)}(k+1) = \hat{x}^{(1)}(k+1) - \hat{x}^{(1)}(k) \quad (7)$$

#### 1.2 等维新息灰色预测模型

等维新息灰色预测模型是在传统灰色 GM(1,1) 的基础之上改进而来的。将传统灰色模型预测出的新数据加入到原始序列中,同时去掉最老的一个数据,保持数列等维,再次建立灰色 GM(1,1) 模型,依次反复,直到完成预测目标。这样就可以把精度相对较高的数据和新出现的扰动因素及时考虑到模型中,突出最新的变化趋势<sup>[10]</sup>。

在模型建立后,要对预测值进行精度检验才能判定其合理性和有效性。对于等维新息灰色模型而言,主要检验以下 4 个方面:平均相对误差( $\alpha$ )、绝对关联度( $\epsilon$ )、均方差比( $C$ )、小误差概率( $p$ )。

### 1.3 马尔可夫模型

1.3.1 状态划分 对等维新息预测模型得到的结果进行马尔可夫修正,首先要作状态划分,即以一个具有马氏链特点的非平稳随机序列曲线  $\hat{x}^{(0)}(t)$  为基准,划分出与之平行的若干曲线,每相邻 2 条曲线之间的区域构成一种状态<sup>[11]</sup>, 记为:

$$\otimes_i = [\otimes_{1i}, \otimes_{2i}] \quad (8)$$

1.3.2 状态转移概率矩阵<sup>[11]</sup> 设数据序列由状态  $\otimes_i$  经过  $n$  步转移到  $\otimes_j$  的次数记为  $n_{ij}(n)$ , 状态  $\otimes_i$  出现的次数记为  $n_i$ , 则由  $\otimes_i$  经过  $n$  步转移到  $\otimes_j$  的转移概率为:

$$p_{ij}(n) = n_{ij}(n) / n_i \quad (9)$$

状态转移概率矩阵为:

$$P(n) = \begin{bmatrix} p_{11}(n) & p_{12}(n) & \dots & p_{1m}(n) \\ p_{21}(n) & p_{22}(n) & \dots & p_{2m}(n) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{m1}(n) & p_{m2}(n) & \dots & p_{mm}(n) \end{bmatrix} \quad (10)$$

1.3.3 马尔可夫预测值 由上一步的初始状态  $\otimes_i$  及状态转移概率矩阵  $P(n)$ , 可确定下一步等维新息灰色模型预测结果所处的状态和相应的概率。马尔可夫预测值即各状态预测区间的中值与其对应的概率之乘积。

## 2 太湖流域水质预测

### 2.1 数据来源

本文采用的数据为国家环境保护部数据中心公开的数据,选取太湖流域的上海青浦急水港点位的 2004—2011 年水质指标 COD, NH<sub>3</sub>-N 进行建模预测。

### 2.2 传统灰色 GM(1,1)模型预测

以上海市青浦急水港 2004—2011 年的 COD, NH<sub>3</sub>-N 指标作为原始数据序列,依次代入式(1)—(7),得到 COD 和 NH<sub>3</sub>-N 指标的预测模型分别为式(11)和式(12):

$$\hat{x}_1(k+1) = -108.420e^{-0.054276k} + 113.650 \quad (11)$$

$$\hat{x}_2(k+1) = -29.233e^{-0.145314k} + 33.973 \quad (12)$$

根据模型精度检验可得,传统灰色 GM(1,1) 模型对于 COD 指标的平均相对误差为  $\alpha = 3.03\%$ , 灰色绝对关联度为  $\epsilon = 0.9973$ , 均方差比为  $C = 0.1725$ , 小误差概率为  $p = 0.875$ ; 传统灰色 GM(1,1) 模型对于 NH<sub>3</sub>-N 指标的平均相对误差为  $\alpha = 6.49\%$ , 灰色绝对关联度为  $\epsilon = 0.9954$ , 均方差比为  $C = 0.3144$ , 小误差概率为  $p = 1.0$ 。

### 2.3 等维新息灰色模型预测

采用一次等维新息模型进行传统灰色模型改进预测,首先利用传统 GM(1,1) 模型预测 2012 年 2 项

水质指标的数值,然后加入到已知原始数据列的最后位置,同时去掉最早的 2004 年的数据,最终以 2005—2012 年的数据作为输入序列,建立新的灰色 GM(1,1)模型,得到 COD 和 NH<sub>3</sub>-N 指标的等维新

息灰色预测模型,分别为式(13)和式(14),预测结果如表 1 所示:

$$\hat{x}_1(k+1) = -107.665e^{-0.051095k} + 113.485 \quad (13)$$

$$\hat{x}_2(k+1) = -25.082e^{-0.147696k} + 29.012 \quad (14)$$

表 1 等维新息灰色模型预测河流水质

年份	COD			NH <sub>3</sub> -N		
	实际值/(mg·L <sup>-1</sup> )	预测值/(mg·L <sup>-1</sup> )	相对误差/%	实际值/(mg·L <sup>-1</sup> )	预测值/(mg·L <sup>-1</sup> )	相对误差/%
2004	5.23	—	—	4.74	—	—
2005	5.82	5.82	0.00	3.93	3.93	0.00
2006	5.27	5.36	1.77	3.59	3.44	-4.07
2007	5.37	5.10	-5.10	2.95	2.97	0.72
2008	4.65	4.84	4.13	2.40	2.56	6.80
2009	4.47	4.60	2.93	2.15	2.21	2.85
2010	4.57	4.37	-4.34	1.69	1.91	12.88
2011	4.13	4.15	0.58	2.00	1.65	-17.72
2012	—	3.95	0.69	—	1.42	-0.72

根据模型精度检验可得,等维新息灰色模型对于 COD 指标的平均相对误差为  $\alpha=2.79\%$ ,灰色绝对关联度为  $\epsilon=0.9988$ ,均方差比为  $C=0.1517$ ,小误差概率为  $p=1.0$ ;等维新息灰色模型对于 NH<sub>3</sub>-N 指标的平均相对误差为  $\alpha=6.53\%$ ,灰色绝对关联度为  $\epsilon=0.9980$ ,均方差比为  $C=0.1407$ ,小误差概率为  $p=1.0$ 。由以上数据显示,对于 COD 指标,利用等维新息灰色模型的预测结果在平均相对误差、灰色绝对关联度、均方差比、小误差概率 4 个方面都好于传统灰色预测模型,但对于 NH<sub>3</sub>-N 指标,平均相对误差没有达到要求,因此,需要对 NH<sub>3</sub>-N 指标的预测结果进行马尔可夫修正。

2.4 等维新息预测结果的马尔可夫修正

2.4.1 状态的划分 在参考文献[11-12]的基础上,根据上述等维新息预测结果的平均相对误差的实际情况,将预测结果划分为 5 个状态。

(1) 极度高估状态。相对误差在  $[-20\%, -15\%]$  之间,2011 年属于此状态。

(2) 高估状态。相对误差在  $[-15\%, -5\%]$  之间,没有属于此状态的年份。

(3) 较为准确状态。相对误差在  $[-5\%, 5\%]$  之间,2006,2007,2009 和 2012 年属于此状态。

(4) 低估状态。相对误差在  $[5\%, 15\%]$  之间,2008 和 2010 年属于此状态。

(5) 极度低估状态。相对误差在  $[15\%, 20\%]$  之间,没有属于此状态的年份。

2.4.2 状态转移矩阵 由各年份所处的状态及其状态转移情况,可求得 1 步转移矩阵为:

$$P^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0.33 & 0.67 \\ 0.5 & 0.5 & 0 \end{bmatrix} \quad (15)$$

2.4.3 马尔可夫预测结果 由以上的 1 步转移矩阵,可以计算出  $n$  步转移矩阵,并预测出未来 5 a NH<sub>3</sub>-N 指标处于各状态的概率值,进而计算相应的马尔可夫预测值,其结果如表 2 所示。

表 2 NH<sub>3</sub>-N 指标的等维新息灰色预测值的马尔可夫修正结果

年份	等维新息预测值	用马尔可夫模型修正后预测结果			预测值
		预测区间	预测中值	状态概率	
		0.976~1.037	1.006	0	
2013	1.22	1.159~1.281	1.220	0.333	1.301
		1.281~1.403	1.342	0.667	
2014	1.11	0.888~0.944	0.916	0	1.147
		1.054~1.166	1.110	0.667	
2015	1.01	1.166~1.276	1.221	0.333	1.020
		0.808~0.858	0.833	0.112	
2016	0.89	0.960~1.060	1.010	0.592	0.886
		1.060~1.162	1.111	0.296	
2017	0.79	0.712~0.756	0.734	0.198	0.792
		0.846~0.934	0.890	0.498	
		0.934~1.024	0.979	0.304	
		0.632~0.672	0.652	0.172	
		0.750~0.830	0.79	0.501	
		0.830~0.908	0.869	0.327	

表 2 的预测结果显示,对于 2013—2017 年的绝大多数年份来说,最大概率为较为准确状态;次大概率为低估状态。由此可见,等维新息预测结果经过马尔可夫修正之后,将降低结果高估和极度低估的概率。

2.5 水质指标的预测结果

太湖流域上海市青浦区急水港点位水质指标

COD 的预测值与实际值的比较结果见图 1。水质指标  $\text{NH}_3\text{-N}$  的预测值与实际值的比较结果见图 2。

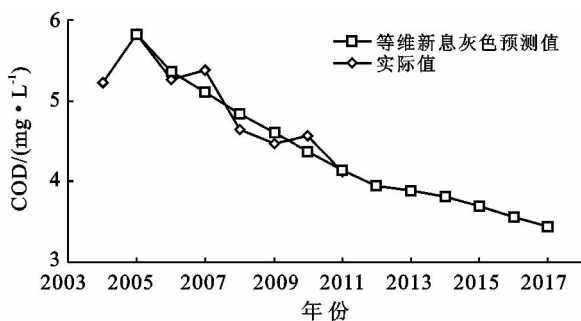


图 1 COD 指标实际值与等维新息灰色预测值

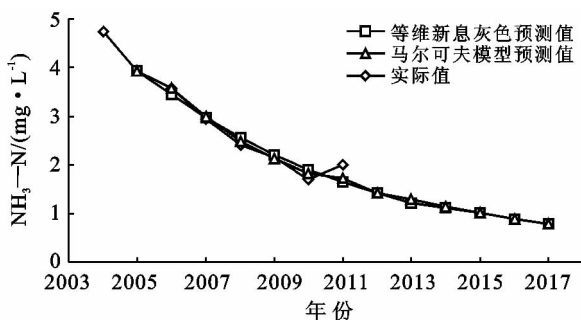


图 2  $\text{NH}_3\text{-N}$  指标实际值与两种预测值

由图 1 可以看出,2004—2011 年 COD 指标实际值呈下降趋势,等维新息预测结果的平均相对误差、灰色绝对关联度、均方差比、小误差概率均达到精度要求,预测结果可信。根据等维新息的预测结果,COD 指标在未来几年中大体呈现下降趋势,并逐渐趋于平缓,在 2017 达到 3.44 mg/L。

由图 2 可以看出,2004—2011 年  $\text{NH}_3\text{-N}$  指标实际值呈整体下降趋势,但有小幅度波动,对应的等维新息预测模型的相对平均误差为 7.47%,马尔可夫修正后,相对平均误差为 4.66%。因此可以说明,通过马尔可夫模型修正过程可以有效地减小等维新息预测结果的相对误差,使预测结果更为准确。根据马尔可夫模型修正后的预测结果, $\text{NH}_3\text{-N}$  指标在未来几年中将继续呈现下降趋势,并在一定程度上趋于平缓,在 2017 年达到 0.792 mg/L。

### 3 水质分析及建议

太湖流域地处长江三角洲地区,河网密布,湖泊众多。其中,太湖是我国第 3 大淡水湖泊,兼有供水、蓄洪、灌溉、航运、旅游等功能。近年来,随着沿湖城市的经济发展,排入太湖流域的污染物不断增加,导致其水环境受到严重影响。对此,各级政府采取了一系列措施对流域进行整治,如加大对点源和面源污染

物控制,增大引江水量,对重点湖区进行清淤及生态修复等<sup>[13]</sup>。从太湖流域历年的水质指标数据及以上的预测结果可以显示出,经过这些年的努力,太湖流域水环境治理已经取得初步成效,流域的 COD 及  $\text{NH}_3\text{-N}$  指标虽有小范围波动,但总体看来呈逐渐下降趋势。

由于太湖污染的长期积累,已经形成的水质条件很难在短期内得到根本改变,加之现有的入湖污染仍远超湖体允许的纳污能力,太湖流域的水环境形势依然严峻。因此,我们应该继续推行有效的治理措施,并在现有的实践经验上,探索更深入的治理及修复方法。

(1) 减少湖体污染,增加其环境容量。要求沿湖企业达标排放,削减污染物入湖量,这是解决污染问题的根本;限定水工程的建设和企业取排水范围,引水济湖,改变入湖水源水质,加快水体交换及自净,提高湖泊环境容量值。

(2) 持续实施生态清淤,保持污染物入湖与出湖的平衡。将表层的污染污泥清除出去,切断湖泛发生的生物链,并直接清除滞留在湖区的污染物,标本兼治。

(3) 加快转变太湖流域经济发展方式。合理发展城市经济,合理利用和开发土地,令沿湖城市社会经济发展方式由粗放型向集约型转变<sup>[14-15]</sup>,将太湖流域水资源、水环境和水生态保护摆在发展的优先位置<sup>[16]</sup>。支持发展低碳经济、循环经济、绿色经济<sup>[14-15]</sup>。

(4) 完善流域管理体制,积极推动流域综合管理。加强流域立法,制定区域统筹的法律法规体系。打破区域的硬性分割,建立统一的流域综合管理机构,加深开发与保护并重的管理理念<sup>[16]</sup>。

### 4 结论

本文采用等维新息—灰色马尔可夫模型对太湖流域上海青浦急水港点位的 COD 及  $\text{NH}_3\text{-N}$  水质指标进行预测,为河流水质预测提供参考依据。

针对 COD 指标,应用等维新息模型对传统灰色模型进行改进,加入最新数据,克服了传统灰色模型固定不变的缺陷,提高了预测精度,结果显示其在平均相对误差、灰色绝对关联度等方面都有显著提高。

针对  $\text{NH}_3\text{-N}$  指标,由于其具有波动性,故将等维新息预测结果进行马尔可夫修正,目的是减小相对平均偏差,提高预测结果的准确率。通过计算状态转移矩阵,得到未来年份中  $\text{NH}_3\text{-N}$  指标所处的浓度范围,再通过计算得到更为精确的预测值。

(下转第 189 页)

- [2] 周伏建,陈明华,等.福建省土壤流失预报研究[J].水土保持学报,1995,9(1):25-30.
- [3] 蔡崇法,丁树文,史志华,等.应用 USLE 模型与 IDRISI 预测小流域土壤侵蚀量的研究[J].水土保持学报,2000,14(2):19-24.
- [4] 陈法扬,王志明.通用土壤流失方程在小良水土保持试验站的应用[J].水土保持通报,1992,12(1):34-37.
- [5] 杨勤科,李锐,刘咏梅.区域土壤侵蚀普查方法的初步讨论[J].中国水土保持科学,2008,6(3):1-6.
- [6] 符素华,刘宝元,路炳军,等.官厅水库上游水土保持措施的减水减沙效益[J].中国水土保持科学,2009,7(2):18-23.
- [7] Yoder D, Lown J. The future of RUSLE: inside the new revised universal soil loss equation[J]. Journal of soil and water conservation, 1995,50(5):484-489.
- [8] Wischmeier W H, Smith D D. Predicting Rainfall Erosion Losses: A guide to conservation planning [M]// USDA Agricultural Handbook, 1978,537:62.
- [9] Liu Baoyuan, Zhang Keli, Xie Yun. An empirical soil loss equation[C]//Process of Soil Erosion and Its Environment Effectl; Volume II. 12th ISCO, Beijing:Tsinghua Press, 2002:21-25.
- [10] 蒋定生.黄土高原水土流失治理模式[M].北京:中国水利水电出版社,1997.
- [11] 刘向东.森林植被垂直截流作用与水土保持[J].水土保持研究,1994,1(3):9-13
- [12] 李勇,朱显谟.黄土高原植物根系提高土壤抗冲性的有效性[J].科学通报,1991(12):935-938.
- [13] Wischmeier W H, Smith D D. Predicting rainfall-erosion losses from cropland east of the Rocky Mountains: Guide for selection of practices for soil and water conservation[M]. U. S. Dep. Agric. Handbook,1965.
- [14] 蔡崇法,丁树文,史志华,等.应用 USLE 模型与地理信息系统 IDRISI 预测小流域土壤侵蚀量的研究[J].水土保持学报,2000,14(2):20-26.
- [15] 马超飞,马建文,布和敖斯尔. USLE 模型中植被覆盖因子的遥感数据定量估算[J].水土保持通报,2001,21(4):6-9.
- [16] Arwenault E, Bonn F. Evaluation of soil erosion protective cover by crop residues using vegetation indices and spectral mixture analysis of multispectral and hyperspectral data[J]. Catena, 2005,62(2/3):157-172.
- [17] Bannarta, Pacheco K, Staenz H, et al. Estimating and mapping crop residues cover on agricultural lands using hyperspectral and IKONOS data[J]. Remote Sensing of Environment, 2006,104(4):447-459.
- [18] 章文波,付金生.不同类型雨量资料估算降雨侵蚀力[J].资源科学,2003,25(1):37-38.
- [19] 张宪奎,许靖华,卢秀琴,等.黑龙江省土壤流失方程的研究[J].水土保持通报,1992,12(4):1-9.
- [20] 水利部水土保持监测中心.西北黄土高原区土壤侵蚀预报模型开发项目研究成果报告[R].2006.

(上接第 133 页)

通过对太湖流域水质的预测,可以看到近几年太湖流域水环境治理工作已初见成效,但未来的治理任务依旧任重道远,要想从根本上解决太湖流域水体污染问题,就要从大局着眼,控制源头污染,进行生态清淤,加快转变沿湖城市经济发展方式,以期实现太湖流域水环境的整体改善。

#### [ 参 考 文 献 ]

- [1] 邱林,黄鑫,李洪良.基于模糊马尔可夫模型的综合水质预测[J].人民长江,2007,38(1):75-77.
- [2] Huang G H, Xia J. Barriers to sustainable water quality management [J]. Journal of Environmental Management, 2001,61(1):1-23.
- [3] 李娜,王腊春,谢刚,等.山东省辖淮河流域河流水质趋势的灰色预测[J].环境科学与技术,2012,35(2):195-199.
- [4] 苏彩虹,向娜,陈广义,等.基于人工神经网络与 BP 神经网络的水质评价模型[J].环境工程学报,2012,6(2):699-704.
- [5] 王丙参,夏鸿鸣,魏艳华.基于 GM(1,1)模型的渭河水质预测[J].牡丹江大学学报,2012,21(3):123-124.
- [6] 李明然,田林亚,洪毅.改进的灰色马尔可夫模型在大坝变形预测中的应用[J].水利与建筑工程学报,2012,10(3):65-66.
- [7] Deng J L. Introduction to grey system theory[J]. Journal of Grey System, 1989,1(1):1-24.
- [8] 赵晓梅,盖美.基于等维新息灰色马尔可夫模型的大连城市用水量预测[J].水文,2011,31(1):66-69.
- [9] 邓聚龙.灰色系统基本方法[M].武汉:华中理工大学出版社,1996:104-105.
- [10] 胡惠方,吴泽宁.等维新息 GM(1,1)模型在郑州市城市生活需水量预测中的应用[J].气象与环境科学,2007,30(1):17-20.
- [11] 高蔚.基于 Markov 理论的改进灰色 GM(1,1)预测模型研究[J].计算机工程与科学,2011,33(2):159-163.
- [12] 卞焕清,夏乐天.基于灰色马尔可夫链模型的人口预测[J].数学的实践与认识,2012,42(7):127-132.
- [13] 陈润,钱磊,申金玉,等.2007 年水危机后太湖水质评价[J].水电能源科学,2012,30(2):32-34.
- [14] 吕振霖.太湖水环境综合治理的实践与思考[J].河海大学学报:自然科学版,2012,40(2):123-128.
- [15] 蒲勇平.长江流域生态修复工程的意义及对策[J].水土保持通报,2002,22(5):9-11.
- [16] 杨桂山.长江水问题基本态势及其形成原因与防控策略[J].长江流域资源与环境,2012,21(7):821-830.