

# 黄土高原降雨雨滴动能的分布律

蔡丽君, 王国栋, 张社奇

(西北农林科技大学, 陕西 杨凌 712100)

**摘要:** 降雨强度、雨滴速度、雨滴动能等参量与土壤侵蚀关系密切。根据 Best A. C. 提出的雨滴直径分布函数, 从理论上导出了符合黄土高原实际情况的雨滴动能分布密度和分布函数, 它们都符合不同参数的韦伯分布。不同雨型、雨强条件下的雨滴速度和降雨总动能的理论计算值与前人的实测值吻合较好, 表明韦伯分布的确可用于描述雨滴动能分布, 其参数确定也是恰当的。因此可直接由降雨强度和雨型决定的雨滴动能分布经积分得出降雨总动能, 而无须通过经验回归模型(通常存在地域差异)求取降雨总动能。

**关键词:** 降雨动能; 韦伯分布; 降雨雨型

文献标识码: A

文章编号: 1000-288X(2003)01-0028-02

中图分类号: S157.1

## Kinetic Energy Distribution of Raindrops on Loess Plateau

CAI Li-jun, WANG Guo-dong, ZHANG She-qi

(Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forestry, Yangling 712100, Shaanxi Province, China)

**Abstract:** Based on the distribution function of raindrop diameters delivered by Best A. C., a new theoretical distribution density function for raindrop kinetic energy was developed, which obeyed the Weibull distribution. The study showed that the Weibull distribution could be excellently used in describing rain kinetic energy distribution. Thus, it is not necessary that the total rain kinetic energy was calculated by various empirical formulas, rather, it should be obtained through calculus straightforwardly.

**Keywords:** rain kinetic energy; Weibull distribution; raindrop type

### 1 引言

雨滴速度、雨滴动能等参量在土壤侵蚀研究中备受关注<sup>[1-3]</sup>。周佩华<sup>[4]</sup>等用幂函数拟合了黄土高原雨滴动能与降雨强度的关系;江忠善<sup>[5]</sup>等综合了不同测点的多次实测资料, 得出了黄土高原各地雨滴动能与降雨强度的拟合公式, 发现直线拟合和幂函数拟合的效果都很好。然而在研究风速对降雨雨滴动能的影响时, 除了需要知道降雨总能量和降雨强度的关系外, 还需了解不同降雨强度下, 雨滴最终速度和雨滴动能的分布。此时, 经验公式的应用受到限制。本文根据贝斯特提出的雨滴直径的分布函数<sup>[6]</sup>, 导出了符合黄土高原实际情况的雨滴动能分布密度和分布函数, 从而可从理论上直接研究侵蚀与降雨强度的关系。

### 2 雨滴动能的分布律

贝斯特曾经应用 Weibull 分布来描述雨滴直径的分布状况<sup>[6]</sup>:

$$F(d) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{d}{a}\right)^n\right] \quad (1a)$$

式中:  $d$ ——雨滴直径(mm);  $I$ ——降雨强度(mm/min);  $a$ ——参数,  $a = rI^p$ ,  $r, p$ 为常数;  $n$ ——与雨型、降雨强度有关的参数;  $F(d)$ ——雨滴直径的分布函数。

对(1a)式求导, 可得雨滴直径分布密度函数为:

$$f(d) = \frac{n}{a} \left\{ \left(\frac{d}{a}\right)^{n-1} \exp\left[-\left(\frac{d}{a}\right)^n\right] \right\} \quad (1b)$$

钱允祺等<sup>[7]</sup>得出雨滴最终速度仍然服从韦伯分布, 其分布密度函数为:

$$f(v) = \frac{B_1}{A_1} \left(\frac{V}{A_1}\right)^{B_1-1} \exp\left[-\left(\frac{V}{A_1}\right)^{B_1}\right] \quad (2)$$

其尺度参数为  $A_1 = c \cdot a^b$ , 形状参数为  $B_1 = n/b$ 。

雨滴速度直接决定了雨滴动能的大小。设单个雨滴的质量为  $m$ , 则该雨滴在最终速度  $V$  时的动能为:

$$e_i = \frac{1}{2} m_i V^2$$

前面讨论雨滴直径与速度的分布时, 均是研究他们的体积分布函数或体积分布密度。这样处理的一个显著优点是, 由于雨滴的密度可视为 1, 因此体积分布律就等同于质量分布律。这样我们就无需关注具有

某个具体直径(或速度,或动能)的雨滴数量有多少,从分布律中可以直接知道具有某个速度(或动能)的雨滴质量  $d_m$  占总质量  $m$  的比值。这给我们求降雨的平均功率和降雨总动能带来极大方便。

据此,单位质量(1 kg)具有某一速度  $V(m/s)$  的雨滴群,其动能  $e$  为:

$$e = \frac{1}{2}mV^2(J)$$

雨滴动能的分布函数为:

$$F(e) = P\left(\frac{1}{2}V^2 < e\right) = P(0 \leq V < \sqrt{2e})$$

$$= \int_0^{\sqrt{2e}} f(v)dv = \frac{B_1}{A_1} \int_0^{\sqrt{2e}} \left(\frac{v}{A_1}\right)^{B_1-1} \exp\left[-\left(\frac{v}{A_1}\right)^{B_1}\right] dv$$

$$= 1 - \exp\left[-\left(\frac{2e}{A_1^2}\right)^{\frac{B_1}{2}}\right] \quad (3a)$$

令  $A_2 = \frac{A_1^2}{2}$ ,  $B_2 = \frac{B_1}{2}$ , 则(3)式成为:

$$F(e) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{e}{A_2}\right)^{B_2}\right] \quad (3b)$$

式(3b)表明,雨滴动能服从尺度参数为  $A_2$ 、形状参数为  $B_2$  的韦伯分布。对式(3b)求导,可得雨滴动能的分布密度为:

$$f(e) = \frac{B_2}{A_2} \left(\frac{e}{A_2}\right)^{B_2-1} \exp\left[-\left(\frac{e}{A_2}\right)^{B_2}\right] \quad (4)$$

由于雨滴动能的分布是按照单位质量的雨滴速度分布导出的,同时  $1m^2$  面积上  $1mm$  降水量的质量数正好是  $1kg$ ,故(3),(4)式中的动能单位为  $J/(mm \cdot m^2)$ 。由(4)式可得不同降雨雨型和雨强条件下的雨滴动能分布密度,结果见图 1 与图 2。

图 1,图 2 中横坐标为降雨动能,单位为  $J/(mm \cdot m^2)$ ;纵坐标为降雨动能的概率分布密度。由图 1、图 2 可知,随着降雨强度的增大,降雨动能分布密度的极大值均朝右偏移,曲线下的面积随之增大,降雨总动能增加;相同降雨强度条件下,短阵性降雨雨型

的降雨动能极大值比普通降雨雨型的更大,预示有更大的降雨总动能。由韦伯分布的性质,雨滴动能的均值为:

$$E(e) = \int_0^{\infty} ef(e)de = A_2\Gamma(1 + 1/B_2) \quad (5)$$

由上式可计算出降雨平均动能,结果见表 1。表中同时列出文献[4]中的降雨动能观测值。

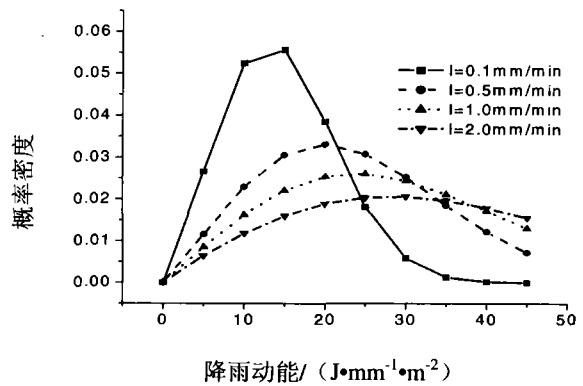


图 1 短阵性降雨雨型不同降雨强度的雨滴动能分布密度

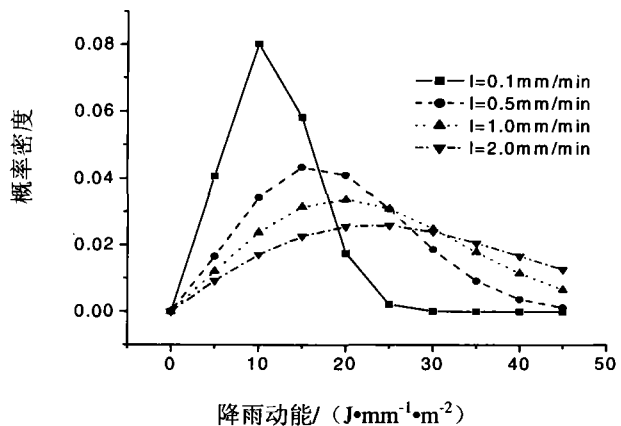


图 2 普通降雨雨型不同降雨强度的雨滴动能分布密度

表 1 不同雨型和雨强下降雨动能均值的计算值与实测值比较

| 降雨强度/(mm·min <sup>-1</sup> )                   | 0.01 | 0.10  | 0.50  | 0.80  | 1.00  | 1.50  | 2.00  | 2.50  |
|--|------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 短阵性降雨动能/(J·mm <sup>-1</sup> ·m <sup>-2</sup> ) | 7.40 | 14.80 | 20.80 | 27.60 | 29.50 | 33.20 | 36.30 | 38.80 |
| 普通型降雨动能/(J·mm <sup>-1</sup> ·m <sup>-2</sup> ) | 5.60 | 11.50 | 19.00 | 21.90 | 23.50 | 26.90 | 29.20 | 31.30 |
| 降雨动能观测值/(J·mm <sup>-1</sup> ·m <sup>-2</sup> ) | 6.40 | 11.90 | 18.90 | 19.60 | 26.00 | —     | 27.00 | 32.40 |

注:  $I = 0.5, I = 2.0, I = 2.5$  的动能值为 2 个样本的均值。

### 3 结 语

本文的研究和前人的观测资料表明,从雨滴直径的分布最终可导出雨滴动能的分布,并可通过积分直接求得不同雨型和降雨强度条件下的降雨总动能。表 1 的结果表明,普通型降雨动能的计算值与实测值符

合较好,而短阵性降雨动能的计算值偏大。主要有 2 个原因:(1) 短阵型降水的雨滴谱组成中,大直径雨滴较多,这在降水的前期表现尤为突出;(2) 由于通常并不存在直径大于  $6.5mm$  的雨滴<sup>[8]</sup>,故存在雨滴速度上界值  $V_{max} = 9.5m/s$ 。

(下转第 54 页)

清代是我国历史上人口增长最为迅速的时期。到咸丰元年(1851AD)全国总人口达到  $4.30 \times 10^8$ , 华北平原人口也激增至  $7.73 \times 10^7$  人。如此巨量的人口不仅使平原的宜耕地得到充分开垦, 还促使人们围湖造田。自然淤积和人为围垦使的华北平原湖泊沼泽大量消亡。华北平原经济的脆弱性远远高于以往各个时期, 水患风险空前提高。

### 3 基本结论

根据历史记载和灾害系统分析方法, 认为黄河自东汉以来确实存在相对稳定的时期。黄河安流局面是多种因素综合作用的结果, 其主要原因包括以下 3 个方面。

(1) 由于气候原因导致的黄河下游来水量的减少和由于黄土高原地区土地利用方式由农业转换为牧业导致的水土流失的减少, 进而导致了黄河下游的河水含沙量减少。

(2) 王景治理黄河和黄河下游大量湖泊沼泽的存在大大提高了黄河下游地区的防洪能力。

(3) 由战乱导致的华北平原人口稀疏, 经济发展的脆弱性低。

#### [ 参 考 文 献 ]

- [1] 谭其骧. 何以黄河在东汉以后出现一个长期安流的局面[J]. 学术月刊, 1962(2).
- [2] 邹逸麟. 东汉以后黄河下游长期安流局面问题的再认识

[J]. 人民黄河, 1989(2): 60—66.

- [3] 赵淑珍, 任伯平. 关于黄河在东汉以后长期安流问题的研究[J]. 人民黄河, 1997(8): 53—55.
- [4] 任伯平. 关于黄河在东汉以后长期安流问题的原因[J]. 学术月刊, 1962(9): 51—56.
- [5] 赵淑贞, 任伯平. 关于黄河在东汉以后长期安流问题的再探讨[J]. 地理学报, 1998, 53(5): 465—469.
- [6] 邹逸麟. 历史时期华北平原湖泊变迁述略[J]. 历史地理(第五辑), 上海人民出版社, 1987.
- [7] 竺可桢. 中国近 5000 年来气候变迁初步研究[J]. 考古学报, 1972(1): 168—189.
- [8] 葛全胜, 方修琦, 郑景云. 中国历史时期气候变化特征的新认识[J]. 地理科学进展, 2002(4): 311—317.
- [9] 钮春燕, 等. 近两千年我国黄土高原湿润状况变迁[J]. 山西大学师范学院学报(综合版), 1991(1).
- [10] 徐海亮. 历史上黄河水沙变化与下游河道变迁[A]. 黄河流域环境演变与水沙运行规律研究文集(第四集)[C]. 地质出版社, 1993. 68—76.
- [11] 朱士光. 黄土高原地区环境变迁及其治理[M]. 郑州: 黄河水利出版社, 1999. 41—43.
- [12] 水利部黄河水利委员会《黄河水利史述要》编写组. 黄河水利史述要[M]. 水利出版社, 1982. 79—80.
- [13] 山西大学黄土高原地理研究所. 黄土高原整治研究[M]. 科学出版社, 1992. 27—28.
- [14] 梁方仲. 中国历代户口、田地、田赋统计[M]. 上海: 上海人民出版社, 1980.
- [15] 朱士光. 历史时期华北平原的植被变迁[J]. 陕西师范大学学报(自然科学版), 1994(4): 79—85.

(上接第 29 页)

这将导致一般不存在雨滴动能大于 45.1 J 的部分, 即雨滴动能也存在上界值  $e_{\max}$  值。这样, 雨滴动能实际上服从的只能是截断的韦伯分布, 它与完全的韦伯分布之间存在一截断误差。雨强愈大, 该截断误差也愈大。观测表明, 韦伯分布可很好地描述雨滴直径的分布, 亦能很好地描述降雨强度较小时雨滴速度的分布。但当降雨强度较大从而导致大雨滴数量较多时, 雨滴速度呈现为截断的韦伯分布。对高强度的阵性降水及暴雨而言, (4), (5) 式的精度将受到一定影响, 由于该“截断误差”的存在, 使用 (4), (5) 式将过大估计雨滴动能的均值。如何消除截断误差的影响, 需继续研究。

#### [ 参 考 文 献 ]

- [1] Salles C, J. Poesen and D. Sempere-Torres. Kinetic energy of rain and its functional relationship with intensity[J]. J. Hydrology, 2002, 257(1—4): 257—271.

- [2] Kinnell P I A. Rainfall intensity—kinetic energy relationship for soil loss prediction[J]. Soil. Sci. Soc. Am. Proc, 1981(45): 153—155.
- [3] Ulbrich, C W, Atlas D. The effects of drop size distribution truncation on rainfall integral parameters and empirical relations[J]. J. Clim. Appl. Meteorol, 1985 (24): 580—5904.
- [4] 周佩华, 等. 降雨能量的试验研究初报[J]. 水土保持通报, 1981, 1(1): 51—60.
- [5] 江忠善, 等. 黄土地区天然降雨雨滴特性研究[J]. 中国水土保持, 1983(3): 32—36.
- [6] Best A C. The size distribution of raindrops, Quarterly Journal of the Royal Meteorological, 1950, 76(16): 16—36.
- [7] 钱允祺, 陶士珩, 等. 黄土高原降雨雨滴最终速度的分布律[J]. 西北农业大学学报, 1998, 26(6): 20—26.
- [8] 牟金泽. 雨滴速度计算公式[J]. 中国水土保持, 1983 (3): 40—41.