

# 一维泥沙数学模型中有关问题的商榷

赵克玉<sup>1,2</sup>, 王小艳<sup>2</sup>

(1. 西安理工大学, 陕西 西安 710048; 2. 西北农林科技大学, 陕西 杨凌 712100)

**摘要:** 一维泥沙数学模型多年来得到广泛的研究和发展,并在工程实际问题的研究中起到了巨大的作用。但由于泥沙运动的复杂性和理论发展的局限性,仍然存在着一些问题有待于进一步完善。针对挟沙力、饱和恢复系数、河床冲淤调整等关键问题,通过多年实际应用研究,提出了作者的认识和处理方法,以期对泥沙数学模型的发展和应用有所贡献。

**关键词:** 挟沙力; 挟沙力级配; 饱和恢复系数; 泥沙数学模型

文献标识码: B

文章编号: 1000-288X(2003)06-0050-03

中图分类号: TV14

## Discussion on Some Problems About 1-D Sediment Numerical Model

ZHAO Ke-yu<sup>1,2</sup>, WANG Xiao-yan<sup>2</sup>

(1. Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, Shaanxi Province, China;

2. Northwest Sci-Tech University of Agriculture and Forestry, Yangling 712100, Shaanxi Province, China)

**Abstract** One-dimensional sediment numerical model is deeply researched and developed. It plays a large role in solving the actual engineering problems. But because of the complexity of sediment movement and the limit of the theories, there still exists some problem to be perfected. Some problems are discussed, and some personal cognitions of authors are brought forward.

**Keyword** sediment carrying capacity grading coefficient of saturation recovery; sediment numerical model

### 1 概述

数学模型是对物理现象研究的升华,同时受到应用数学和计算手段的限制。随着泥沙运动理论和河床演变理论的形成和发展,20世纪中期泥沙数学模型得到初步的研究和应用,但真正得到发展和深化是在70年代之后。韩其为将非均匀沙不平衡输沙理论引入到数学模型中,引导了现代泥沙数学模型的研究,大量的模型相继出现,从不同的角度对模型进行完善和发展,如淤积物干容重、糙率、挟沙力、分组挟沙力、挟沙力级配、饱和恢复系数等,从一维模型到扩展一维模型和二维模型,甚至到三维模型。二维模型的研究中不可避免地出现了糙率沿横向的不同、含沙量横向分布等问题。近10a来,泥沙数学模型得到广泛的应用,应用领域包括水库和河道泥沙问题、河口及港口泥沙问题、航道及引航道泥沙问题。

一维泥沙数学模型相对于二维、三维模型运算量要小得多,在研究大时空的泥沙问题时显示了很大的优越性,并且能够比较灵活地对一些概念性问题做出相应的处理,这些概念性问题有时没有明确的数学表达,如河段冲淤量的纵向和横向分配问题、冲刷过程

的边滩坍塌扩槽问题、冲刷粗化问题等。所以,从应用的角度来讲,除非很有必要,一般应首选一维模型。

一维泥沙数学模型,虽然经过20a多为数众多的学者、专家的研究、发展和应用,但是仍然存在很多有待完善和提高的地方。作者认为存在的主要问题是精、粗差异很大,精的地方是有明确的、比较成熟的数学表达式的计算,如恒定渐变流公式、非恒定渐变流方程、泥沙扩散方程等,这些方面的方程表达、计算方法几乎在所有有关的专著和文章中都能见到。粗的地方有上面提到的对一些概念性问题的处理,模型的精度受这些问题的影响程度非常大,而在有关的文章中很少见到这方面的描述,如高含沙水流挟沙力、挟沙力级配、饱和恢复系数等问题,由于这些问题的复杂性,实际计算中还有很多不完善的地方。本文就这些问题结合他人的研究和作者的实践经验,提出了作者的认识和处理方法,以期对一维泥沙数学模型的研究和应用有所贡献。

### 2 一维泥沙数模中几个问题的处理

#### 2.1 挟沙力、挟沙力级配

挟沙力是指一定水力因素的单位水体所能挟带

的悬移质泥沙数量。水流挟沙力问题是泥沙研究中一个十分重要的课题。在修建水库、渠道和江河治理的规划中,往往要进行关于泥沙输送以及淤积和冲刷等方面的计算。在进行这类分析计算时,了解某种水流条件下能够挟带的沙量,也就是水流挟沙力,是必不可少的。因此,正确选择挟沙力公式对河床变形计算来说是一个重要的问题。尽管这个问题十分重要,研究的人也很多,但由于它涉及的因素复杂,遗憾的是,现有的挟沙力公式往往相互之间差别很大,造成了数学模型计算精度不高和应用范围的限制,迄今还没有一个统一认可令人满意的公式。将水流作一维处理时,对于均匀泥沙,水流已有比较成熟的公式形式,经作者应用后,认为下列挟沙力公式适用性较强:

$$S = K(U^3 / gRk)^m$$

式中:  $S$ ——挟沙力;  $U$ ——断面平均流速;  $g$ ——重力加速度;  $k$ ——沉速;  $K, m$ ——采用实测资料确定系数和指数。

作者在计算过程中,把计算横断面划分成若干个子断面,每个子断面分别求挟沙力,用子断面流量作权重,然后求和得出断面总挟沙力。

对于非均匀沙,一般取一个代表粒径沿用上面均匀沙的挟沙力公式,得到非均匀沙的总挟沙力。如何将总的挟沙力分配到各粒径,以及代表粒径的选取,就会遇到挟沙力级配问题。在输沙计算中,可以分粒径组计算。韩其为、李义天对挟沙力级配都有专门研究,但由于问题的复杂性,导出的公式也比较复杂,对实测资料要求也比较高,工程实际中应用起来不是很方便。通过实际计算得到较简单的经验方法,淤积时,可以认为床沙组成对淤积量影响不大,挟沙力级配采用上断面输沙级配;冲刷时,通过河床补给,含沙量向挟沙力逼近,含沙级配向挟沙力级配逼近,先按上断面输沙级配作为挟沙力级配计算冲刷量,根据这个冲刷量计算可能冲起的泥沙,与进入河段的泥沙混合得到的泥沙级配就作为挟沙力级配,可进行多次试算。

## 2.2 河床冲淤调整问题

一维模型计算的冲淤量为河段总冲淤量,由于数学模型是一维的,从理论上说模型不能解决冲淤量沿纵、横向在断面上的分配问题。采用不同的分配方法,不仅影响到计算精度,也影响到计算是否合理,这一问题在一维模型计算中也是一个关键的技术问题。

在横向断面变形修正时,其具体实施过程为:(1)淤积时,淤积物厚度随水深  $H$  变化而变化,水深越大,淤积越多。(2)冲刷时,在冲刷宽度以内等深冲刷进行修正,冲刷宽度以外不冲。冲刷宽度与  $Q^{1/2}$  成正比,  $Q$  为断面流量。

目前,在纵向变形修正时只能采用经验方法,其形式主要有 3 种:平均分布、梯形分布和三角形分布。作者在长期的计算中认为用梯形分布是一个比较符合实际也容易被接受的一种方法。在纵向变形修正方式问题解决后,如何解决总冲淤量在计算上、下断面上的分配,这就涉及到分配权重问题,一般情况下权重可取为  $(S - S_0)$ ,用  $W_i$  表示,它反映了输沙的非饱和程度。

当上下两个断面同冲或同淤时,  $W_{i_j}$  和  $W_{i_{j+1}}$  同号,断面冲淤量分配用下面 2 公式计算:

$$\Delta A_i = \frac{W_{i_j}}{W_{i_j} + W_{i_{j+1}}} \cdot \frac{W_{S_j}}{L_j \bar{V}_s}$$

$$\Delta A_{j+1} = \frac{W_{i_{j+1}}}{W_{i_j} + W_{i_{j+1}}} \cdot \frac{W_{S_j}}{L_j \bar{V}_s}$$

式中:  $\Delta$ ——断面冲淤面积;  $S$ ——断面含沙量;  $W_s$ ——河段冲淤量;  $L$ ——河段长;  $\bar{V}_s$ ——淤积物干容重。当上下 2 个断面中一个断面为淤积而另一个断面为冲刷时,  $W_{i_j}$  和  $W_{i_{j+1}}$  异号,  $(W_{i_j} + W_{i_{j+1}})$  的绝对值可能很小,甚至趋近于 0,或者  $(W_{i_j} + W_{i_{j+1}})$  和  $W_{S_j}$  异号,这些情况都会使上 2 公式计算结果不合理或无法计算。当  $W_{i_j}$  和  $W_{i_{j+1}}$  异号时,按三角形分布进行计算。

## 2.3 饱和恢复系数

泥沙数模计算中,断面输沙计算方法有 2 种,一种是饱和输沙法,即假定断面含沙量等于水流挟沙力;另一种是非饱和输沙法,即每一断面的含沙量不一定等于其水流挟沙力,亦即不一定处于饱和输沙状态,同时还考虑了冲淤过程中悬移质级配和床沙质级配的沿程变化。

饱和恢复系数,是计算水库、河道等问题采用非饱和输沙法计算断面含沙量公式中的系数  $\Gamma$

$$S_1 = S_0 + (S_0 - S_0^*) e^{-\Gamma k l / q} + (S_0^* - S_0) q \Gamma L k (1 - e^{-\Gamma k l / q})$$

式中:  $S_0$ ——进口断面含沙量;  $S_0^*$ ——进口断面挟沙力;  $q$ ——断面单宽流量;  $S_1$ ——出口断面含沙量;  $S_1$ ——出口断面挟沙力。饱和恢复系数问题,可以说多年以来困扰着我国泥沙数学模型研究者。在理论上,它是在泥沙扩散方程的基础上,通过一些假定条件而导出,文献 [1] 给出了详细的推导过程及假定条件,并说明了其中存在的一些问题,文献 [3] 从不同方面对这些假定条件的合理性提出了很大的质疑。在数值上,推导中明明是  $> 1$  的系数,而实际的运用实践中只能取  $< 1$  的值,甚至在黄河上是远远  $< 1$ ,已经失去了推导过程中原有的意义,只能作为一个综合

系数来看待。即使如此,我们也都在用着它。作者认为,从概念上来说,饱和恢复系数是对饱和输沙和非饱和输沙的差别的描述。饱和输沙的概念是,水流输沙过程中,一旦出现含沙量与挟沙力不相等时,将通过河床的冲淤使之很快地恢复为两者相等(假设河床有足够的补给能力)而对于非饱和输沙,含沙量与挟沙力不相等时,虽然也是通过河床的冲淤来进行调整,但是调整过程比饱和输沙的情况要慢,且是使含沙量向挟沙力逐渐接近的过程,如果挟沙力沿程不变的话,挟沙力将使含沙量沿程变化的渐进值。饱和恢复系数就是要用来反映非饱和输沙比饱和输沙含沙量调整缓慢的程度。根据上述概念,假设一河段,进口含沙量不等于挟沙力。

饱和输沙时  $S_0 > S_0, S_1 = S_1$

非饱和输沙时  $S_0 > S_0, S_1 > S_1,$

$$(S_1 - S_1) < (S_0 - S_0).$$

$$(S_1 - S_1) - (S_0 - S_0) = -U(S - S) \cdot \Delta x$$

$$\frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial x} + U(S - S) = 0$$

$$\frac{\partial(S - S)}{\partial x} + U(S - S) = 0$$

毫无疑问,非饱和输沙法所考虑的因素是比较符合实际和比较全面的,是计算中常常采用的一种方法。饱和恢复系数是一个具有综合性质的系数,需由实测资料反求。

## 2.4 复式河槽的计算

2.4.1 水流计算 利用一维模型计算复式河槽水流问题,关键是形成漫滩水流后,沿河宽方向流速分布极不均匀,使按断面平均流速计算的水流动量与实际的断面水流动量出现大的差异。方程中如果对滩地影响这一问题合理的解决,漫滩洪水就能用一维水流畅程来描述,并能得到满意的计算结果。对于恒定流,现在一般都采用划分子断面的方法,子断面动能之和作为断面总的动能,采用流速横向不均匀系数也会得出同样的结果。对于非恒定流,主要有以下几种方法,第1种方法是滩槽分别列方程计算,但是由于滩地的不连续性和滩槽分流比例的沿程变化,给问题的合理解带来困难。第2种方法是以前多采用的方法,其基本思路是,滩地只起到调蓄洪水的作用,而不考虑滩地行洪,水体没有动量,所以连续性方程中用水面宽度,动量方程中用主槽宽度,由于这种假设与实际明显不符,所以又将动量方程中用的主槽宽度适当加大,称为行洪宽度,以弥补不考虑滩地水流所引起的误差。但是洪水漫滩程度不同,滩地的过流作用相差很大,所以计算结果会产生一定的差异,且确定行洪

宽度时人为因素较大。上述恒定流计算的方法仍然可以用于非恒定流计算,动量方程可以改写为:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left[ \sum (u_k Q_k) \right] + \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{|Q_k| \cdot Q_k}{K_k^2} = q_1 u_q$$

由于方程中  $\frac{\partial}{\partial x} \left[ \sum (u_k Q_k) \right]$  项不能直接离散,关键是必须推导出可以离散的形式,才能将方程组离散求解,通过假定断面上水面没有横向比降,导出如下方程,从而同水流连续性方程一起联合求解。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2FQ \frac{\partial Q}{\partial x} + gA \frac{\partial Z}{\partial x} + Q^2 \frac{\partial F}{\partial x} + gA \frac{|Q_k| \cdot Q_k}{K_k^2} = q_1 u_q$$

$$F = \frac{\sum A_k R_k^{4/3}}{\left[ \sum (A_k R_k^{2/3}) \right]^2}$$

水流连续性方程为:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

2.4.2 输沙计算 复式河槽水流输沙计算可以通过划分滩槽,分别计算滩槽的输沙和河床冲淤情况,但是这种计算的困难在于:含沙量的横向分布难以确定,宽阔滩地时的泥沙横向扩散难以计算,滩槽的交错出现使其变得更为复杂。作者解决这一问题所采用的方法是通过划分子断面,分别计算挟沙力,再据此计算出断面总的水流挟沙力和河段冲淤量,然后再进行纵横向分配。

## 3 结 论

本文通过多年的工程计算对影响一维泥沙数学模型精度的挟沙力、挟沙力级配、河床冲淤调整、饱和恢复系数、复式河槽的水流和输沙计算等关键问题进行了研究,并提出了作者自己的处理方法:

(1) 挟沙力用公式  $S = K(U^3 / gRk)^m$  分别求子断面挟沙力,用子断面流量作权重,然后求和得出断面总挟沙力。

(2) 挟沙力级配,淤积时采用上断面输沙级配;冲刷时,含沙级配向挟沙力级配逼近,先按上断面输沙级配作为挟沙力级配计算冲刷量,根据这个冲刷量计算可能冲起的泥沙,与进入河段的泥沙混合得到的泥沙级配就作为挟沙力级配,可进行多次试算。

(3) 河床冲淤调整在断面横向变形修正时,其具体实施过程为:淤积时,淤积物厚度随水深  $H'$  变化而变化;冲刷时,在冲刷宽度以内等深冲刷进行修正,冲刷宽度以外不冲。

在纵向变形修正时,当上下2个断面同冲或同淤时,用梯形分布,一个断面为淤积而另一个断面为冲刷时,按三角形分布进行修正。

(下转第 68 页)

(3) 加强经济植物的加工技术研究,建设经济植物的加工业,对次级产品进行市场化、产业化。由于地理、环境及历史的原因,黄土高原无论在经济还是在科技水平上,长期以来一直落后于沿海地区。要改变经济落后的局面,只依靠矿产、煤炭等不可再生型资源是不够的。要最终实现该地区经济的可持续发展,必须重视土地、植物、动物等再生型资源的开发利用。应依靠土地资源优势大力发展经济植物种植,建设和发展以这些经济植物为原料的粗加工或精加工工业,进而带动地方工业的发展。这些加工业还会促进和保证种植业的继续发展。加强经济植物,尤其是经济植物采收及采后处理、加工利用方面的研究和技术引进,对次级产品进行市场化、产业化工作,建立起具有区域优势和特点的特色农业—加工业复合体系,从而更好、更快地带动地方经济的发展。

#### [ 参 考 文 献 ]

- [1] 赵佐成,罗定泽. 青藏高原东部藏族地区野生经济植物资源 [J]. 山地研究, 1994, 12(1): 45- 49.
- [2] 陈卓良. 水湿生经济植物开发及涝渍地农业模式研究 [J]. 长江流域资源与环境, 1996, 5(1): 48- 52.
- [3] 张明华. 中国草原经济植物资源及其开发利用对策 [J]. 中国草地, 1997(5): 74- 78.
- [4] 张卫明. 关于特产经济植物产业的思考 [J]. 中国野生植物资源, 2000, 19(1): 1- 4.

- [5] 谢晓蓉,陈叶,刘金荣. 祁连山野生花卉资源及其开发利用 [J]. 水土保持通报, 2003, 23(1): 76- 78.
- [6] 王义凤,孙世洲,张振万,等. 黄土高原地区植被资源及其合理利用 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1991. 1- 67.
- [7] 张文辉,李登武,刘国彬,等. 黄土高原地区种子植物区系特征 [J]. 植物研究, 2002, 22(3): 371- 379.
- [8] 吴征镒. 中国植被 [M]. 北京: 科学出版社, 1980. 945- 951.
- [9] 张振万. 黄土高原地区野生资源植物及其合理利用, 见: 中国科学院黄土高原综合科学考察队主编, 黄土高原地区植被资源及其合理利用 [M]. 北京: 中国科学技术出版社, 1991. 133- 172.
- [10] 吴征镒,周俊,裴盛基. 植物资源的合理利用与保护, 见: 中国植物学会编. 中国植物学会五十周年年会学术报告及论文摘要汇编 [C]. 中国植物学会, 1983. 5- 14.
- [11] 李波. 中国的农业生物多样性保护及持续利用 [J]. 农业环境与发展, 1999(4): 9- 15.
- [12] 中国科学院水利部水土保持研究所. 再造一个山川秀美的黄土高原 [J]. 中国水土保持, 1997(10): 18- 21.
- [13] 王玉庆,朱玫. 我国甘草资源调查与分析 [J]. 山西农业大学学报 (自然科学版), 2002, 22(4): 366- 369.
- [14] 张卫明,史劲松,孙晓明. 我国特产资源可持续发展支撑体系的构建 [J]. 中国野生植物资源, 2001, 20(6): 1- 3.

(上接第 52 页)

(4) 饱和恢复系数是饱和输沙和非饱和输沙的差别的描述,用来反映非饱和输沙比饱和输沙含沙量调整缓慢的程度,为具有综合性质的系数,需由实测资料反求。文中所涉及的问题其处理方法曾应用于黄河青铜峡水库、小浪底水库、三门峡水库,渭河宝鸡峡水库,宝鸡市渭河河道生态工程,咸阳市河道防洪,泾河东庄水库,陕南南秦水库,二龙山水库和红寺坝水库,疏勒河昌马水库等计算,验证资料与实际符合较好。形成了一套自成体系的计算方法,在解决实际问题中发挥了很大的作用。

#### [ 参 考 文 献 ]

- [1] 谢鉴衡. 河流模拟 [M]. 水利电力出版社, 1990.
- [2] 张启卫. 黄河下游泥沙数学模型及其应用 [J]. 人民黄河, 1994(1): 4- 8.
- [3] 陈孝田,张启卫. 泥沙运动方程和数学模型中有关问题的讨论 [J]. 泥沙研究, 1998(2): 81- 88.
- [4] 韩其为,何明民. 水库淤积与河道演变的一维数学模型 [J]. 泥沙研究, 1987(3): 14- 29.
- [5] 钱宁,张仁,周志德. 河床演变学 [M]. 科学出版社, 1987.