

土壤水热耦合模型的研究

刘振华¹, 赵英时²

(1. 华南农业大学 信息学院, 广东 广州 510642; 2. 中国科学院 研究生院, 北京 100039)

摘要: 将二维有限元方法和遗传算法结合起来, 求解土壤水热耦合方程, 获取土壤含水量数据。通过遗传算法来反演水热耦合边界条件, 再应用二维有限元方法来正演土壤水热耦合方程, 并以遥感数据作为方程的初始条件, 实现对土壤水分的时空监测。通过使用内蒙西部研究区的土壤温度和土壤水分数据对此模型进行模拟和检验, 结果表明此方法是合理的, 应用效果令人满意。

关键词: 土壤水热耦合; 有限元; 遗传算法; 土壤温度; 土壤含水量

文献标识码: A

文章编号: 1000-288X(2007)05-0083-06

中图分类号: S152.7

Study of Coupled Soil Moisture and Heat Flow Equation

LIU Zhen-hua¹, ZHAO Ying-shi²

(1. College of Informatics, South China Agricultural University, Guangzhou, Guangdong 510642, China; 2. Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

Abstract: In order to improve inversion accuracy for soil moisture and enhance the research on quantitative soil moisture, a method combining finite element with Genetic Algorithms is proposed. Affected by precipitation, irrigation, wind speed, and so on, there exist complex material and energy exchanges on the interface of atmosphere and soil, which lead to very complex boundary conditions of coupled moisture and heat flow equation. Then, Genetic Algorithms are applied to calculating the boundary conditions of the equation. Surface initial condition of the equation is obtained by remote sensing technique. Finally, the finite element method is applied to solving the equation. Thus, monitoring of soil moisture is fulfilled. The tested results show that the method is feasible and satisfactory by comparing with observed data of soil temperature and soil moisture.

Keywords: coupled moisture and heat flow equation; finite element; Genetic Algorithms; soil temperature; soil moisture

干旱、半干旱区域水分收支不平衡, 造成土壤水分短缺, 给农牧业生产造成巨大损失。因此, 探讨客观、动态和实时的土壤水分监测方法, 对及时了解干旱、半干旱区域的旱情程度, 采取积极的防护措施有着重要的意义。由于降雨、灌溉等引起的地表土壤水力梯度变化, 不仅影响土壤水分变化也影响土壤温度变化; 同样由于太阳辐射的吸收、散发及地—气间的热量的交换引起的地表土壤热梯度的变化, 也造成了土壤水分和温度的变化。鉴于此, Philip 和 Vires (1957) 首先建立非等温条件下多孔介质中水热传输理论^[1], Harlan (1973) 尝试用解析法来求解一维土壤水热耦合方程^[2], Newman 和 Wilson (1997) 忽略热方程中的对流项, 修改并简化土壤水热耦合方程^[3]。目前, 多对一维土壤水热耦合方程进行求解,

来获取土壤水分。一维土壤水热耦合方程适用于土壤水分在垂直方向变化较大, 水平方向土壤水分变化很小的情况。但事实上, 土壤水分在水平方向一般也有着较大的变化, 故此, 本文使用有限元方法求解二维土壤水热耦合模型。

由于受降雨、风速、灌溉等气候和人为等因素的影响, 引起大气—土壤界面发生着各种复杂的物质、能量交换, 致使土壤水热耦合方程的边界条件异常复杂。前人对地表土壤温度边界条件采用热能量平衡方程^[4], 对于地表水使用地表潜热^[5], 或者采用测量方法来取得。地表热能量传输方程以及地表潜热涉及大量气象参数和地表参数, 而这些参数不易获取。故此, 本文将遗传算法和有限元算法结合起来反演土壤水热耦合方程的边界土壤温度和边界土壤水分; 对

收稿日期: 2006-12-20

修回日期: 2007-06-26

基金项目: 国家重点研究 973 项目 (2007CB714407); 广东省自然科学基金项目 (05300342); 广东省环境科学与技术公共实验室开放基金项目

作者简介: 刘振华 (1972—), 女 (汉族), 河北省唐山市人, 博士, 副教授, 主要从事定量遥感方面的研究。E-mail: grassmountain @ 163.com。

区域土壤水分监测,使用遥感手段——表观热惯量法反演表层土壤含水量,作为土壤水热耦合方程界面初始条件,使遥感技术和一定深度土壤水分监测方法有效地结合起来,实现对区域土壤水分的动态监测。

1 遗传算法反演边界条件

遗传算法是模拟生物通过基因的遗传和变异,有效地达到一种稳定的优化状态的繁殖和选择的过程,从而建立的一种简单而有效的搜索方法,是一种灵活的寻优算法,其优势在于可以有效地避免局部最优解。它仅利用目标函数而不要求其导数或其它附加限制,通过遗传算子,选择个体繁殖后代。在特定问题上也许不是最有效的,但效率远高于传统随机算法。故此,本文采用遗传算法来确定土壤水热耦合方程边界条件。在优化问题中,形成的模型参数,是通过目标函数来评估。其遗传算法的数学模型如下^[6]:

$$\begin{cases} \max f(X) \\ \text{s. t. } X \in R \\ R \in U \end{cases} \quad (1)$$

式中: $X=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 决策变量; $f(x)$ ——目标函数; U ——基本空间; R ——表示所有满足约束条件的解的集合。

本研究中土壤水热耦合边界条件优化选择的基本程序如下。

(1) 输入特定基本参数。观测数据值为观测节点的土壤温度和土壤水分含量。模型参数是需要反演的 22 个有限元边界节点的土壤水分含量和 22 个有限元边界节点的土壤温度参量。

(2) 输入遗传算法控制参量、参量搜索范围。遗传算法的迭代次数设为 500, 目标函数的拉伸采用线性拉伸, 交配概率取 0.90, 变异概率取 0.02, 44 个模型参量的上下限根据经验选取, 由于模型参数反演的是内蒙西部研究区中午 12:00 的土壤温度和土壤水分, 则土壤温度取值范围为 $0^\circ\text{C} \sim 60^\circ\text{C}$, 土壤含水量取值范围为 $0 \sim 80\%$ 。

(3) 优化循环选择, 确定生存系数最大值和平均值, 选择最优模型。

本研究中目标函数 $f(x)$ 采用有限元方法来求得, 确定观测节点的土壤温度和土壤水分含量, 分别计算观测值与计算值的差值平方及其均值的平方根, 根据其平方根来进行遗传优化选择, 进行个体评价, 计算出优化结果。

(4) 符合遗传算法终止条件终止计算, 得到决策变量 $P(t)$, 即: $X(i), i=1, 22$, 为优选出的参量。

2 土壤水热耦合方程有限元模型

有限元法是一种有效的离散化数值计算方法, 有

限单元法可分为变分有限元法和迦辽金 (Galerkin) 有限元法 2 种, 文中主要使用变分有限元方法。变分有限元法的基本思想是: 利用变分原理, 把偏微分方程的定解问题转化为某一泛函的极值问题, 再通过剖分和插值, 将该泛函转化为一个普通的二次函数。这个二次函数的极值问题等价于一个线性代数方程组的求解问题。

水热耦合方程是通过两个传输方程来表达的, 一个是土壤水传导方程, 一个是土壤热传导方程。在非饱和土壤介质中, 土壤水传导方程为^[7]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[k_x(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[k_y(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} + 1 \right) \right] + W = c(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (2)$$

式中: $k_x(\theta), k_y(\theta)$ ——土壤水在 x 和 y 方向上的传导系数; θ ——土壤含水量; $c(\theta)$ ——单位土壤体积水容量; t ——时间; W ——垂直土壤水交换量 (入渗、蒸发、抽水等)。

土壤水传导方程的边界条件为:

$$\begin{cases} \theta |_{\Gamma_1} = \theta(x, 0, t) \\ \theta |_{\Gamma_2} = \theta(x, h, t) \\ \theta |_{\Gamma_3} = \theta(0, y, t) \\ \theta |_{\Gamma_4} = \theta(l, y, t) \end{cases}$$

式中: Γ_1 ——代表土壤水传导方程上边界 (深度 $y=0$); Γ_2 ——代表其下边界 (深度 $y=h$); Γ_3 ——代表土壤水传导方程的左边界 ($x=0$); Γ_4 ——代表其右边界 ($x=l$)。

土壤水传导方程的初始条件为:

$$\theta |_{t=0} = \theta(x, y, 0)$$

土壤热传导方程为^[8]:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\kappa_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right) \right) - v_x C_w \frac{\partial T}{\partial x} - v_y C_w \frac{\partial T}{\partial y} + Q = c_m \frac{\partial T}{\partial t} \quad (3)$$

式中: κ_T ——土壤热传导系数; T ——土壤温度; v_x 和 v_y ——土壤水在 x 和 y 方向上的土壤水流速; C_w ——土壤体积水容量; C_m ——土壤体积热容量; Q ——土壤热源。

土壤热传导方程的上边界条件 ($y=0$), 即地表热平衡条件为:

$$R_n = H - L_E - G$$

式中: R_n ——地表净辐射; H ——地表显热通量; L_E ——地表潜热通量; G ——土壤热通量。

土壤热传导方程的其它边界条件为:

$$\begin{cases} T |_{\Gamma_2} = T(x, h, t) \\ T |_{\Gamma_3} = T(0, y, t) \\ T |_{\Gamma_4} = T(l, y, t) \end{cases}$$

式中: Γ_2 ——边界范围与土壤水传导方程一样,代表下边界(深度 $y=h$); Γ_3 ——代表土壤热传导方程的左边界($x=0$); Γ_4 ——代表其右边界($x=l$)。

土壤热传导方程的初始条件为:

$$T|_{t=0} = T(x, y, 0)$$

忽略土壤水垂直交换、热量对流等汇源项的影响,方程(2)和方程(3)可简化为:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_x(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\kappa_y(\theta) \left(\frac{\partial \theta}{\partial y} + 1 \right) \right] = c(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\kappa_T \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left[\kappa_T \left(\frac{\partial T}{\partial y} + 1 \right) \right] - v_x C_w \frac{\partial T}{\partial x} - v_y C_w \frac{\partial T}{\partial y} = c_m \frac{\partial T}{\partial t} \quad (5)$$

通过变分原理将式(4)和式(5)离散化,其转化后的线性化数值方程为:

$$\begin{aligned} & ([C(\theta)] - \omega \Delta t [K(\theta)]) \{\theta\}_{t+\Delta t} = \\ & ([C(\theta)] - (1 - \omega) \Delta t [K(\theta)]) \{\theta\}_t + \\ & \Delta t ((1 - \omega) \{F\}_t + \omega \{F\}_{t+\Delta t}) \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $[C(\theta)]$ ——土壤贮水系数矩阵; $[K(\theta)]$ ——土壤水传导系数矩阵; a 依赖于所选用的插值方法,本文采用后向插值法 $a=1$; $\{F\}$ ——已知的土壤水分流速或温度流速。

$$\begin{aligned} & ([C] - \omega \Delta t [D]) \{T\}_{t+\Delta t} = \\ & ([C] - (1 - \omega) \Delta t [D]) \{T\}_t + \\ & \Delta t (1 - \omega) \{F\}_t + \omega \{F\}_{t+\Delta t} \end{aligned} \quad (7)$$

式中: $[C]$ ——土壤贮热系数矩阵; $[D]$ ——土壤热传导系数矩阵。

3 土壤水热耦合方程的参数

土壤热传导系数的计算采用 Chung 给出的经验公式^[8]:

$$\kappa_T = (b_1 + b_2 \theta + b_3 \theta^2) / 100$$

式中: b_1, b_2 和 b_3 ——分别为经验常数; θ ——土壤水分含量。

土壤体积热容量 C 主要与土质有关(见表 1)^[9]。一般而言,在土壤组成中,固体部分的热容量变化不大,土壤热容量的大小主要决定于水和空气所占的比例,可采用下式计算:

$$C = \sum_{i=1}^5 C_i \theta_i$$

式中: C_i ——第 i 个成分的热容量; θ_i ——第 i 个成分的体积百分量

表 1 土壤各成分的体积热容量

成分	液态水	空气	石英	其它矿物质	有机质
C_i	4.18	1.3×10^{-3}	1.92	1.92	2.51

J/(g·°C)

土壤体积水容量(C_w)采用下式计算^[10]:

$$C_w = \frac{d\theta}{d\Psi} = \frac{d\theta}{ds}$$

式中: C_w ——容水度(或称比水容量); θ ——土壤含水率; Ψ ——基质势; S ——土壤水吸力。

土壤水传导系数 $\kappa(\theta)$ 使用 Haverkamp 等(1977)提出的表达式^[11]:

$$\kappa(\theta) = \kappa_s(\theta) \frac{124.6}{124.6 + |h|^{1.77}}$$

式中: $\kappa_s(\theta)$ ——土壤饱和含水量时的土壤水传导系数; h ——土壤深度。

4 遗传算法和有限元方法的结合方法

由于土壤水热耦合边界受众多因素的影响,难以确定,本次研究将遗传算法和有限元方法结合起来,求解土壤水热耦合方程,从而获取土壤水分含量(详见图 1)。

4.1 遗传算法反演水热耦合方程的边界条件

遗传算法的模型参数为土壤水热耦合方程边界

点的温度和水分,这些点为有限元所划分的边界节点;遗传算法的目标函数为土壤含水量和土壤温度函数,通过土壤水热耦合方程表达,采用有限元方法来求解,获取观测节点(非边界节点)的土壤温度和土壤含水量的计算值;遗传算法的观测值通过地表实测得到,在遗传算法中将计算值与观测值比较,根据遗传算法优选原则,获取最佳一组模型参量,即土壤水耦合有限元法所需的最优一组土壤温度和土壤水分边界条件,从而实现土壤水热耦合边界条件的反演。

4.2 水热耦合方程初始条件的反演

土壤水热耦合有限元法需要输入初始数据,对于较大尺度的区域而言,要实测大量数据有很多困难,故此,本研究使用方法使用遥感表观热惯量方法来确定地表土壤水分和地表土壤温度,将其作为有限元算法所需的初始边界条件。对于深部土壤含水量使用 SURFACE 模型卡辽金差值法来获得。

4.3 有限元法求解土壤含水量

将遗传算法反演结果作为有限元法求解土壤水热耦合方程初始时刻的边界条件,通过有限元算法获

取土壤水热耦合方程终止时刻的土壤含水量。确定初始条件并求得土壤贮水系数、土壤贮热系数、土壤水传导系数矩阵和土壤热传导系数矩阵后,按有限元方法求解线性方程组,得到(为时间步长)时刻的土壤

温度和土壤水分;再把此时刻的温度场和水流场作为下一时刻的初始条件,从而求取任意时刻的土壤温度和土壤水分,实现对土壤水分的时空监测。

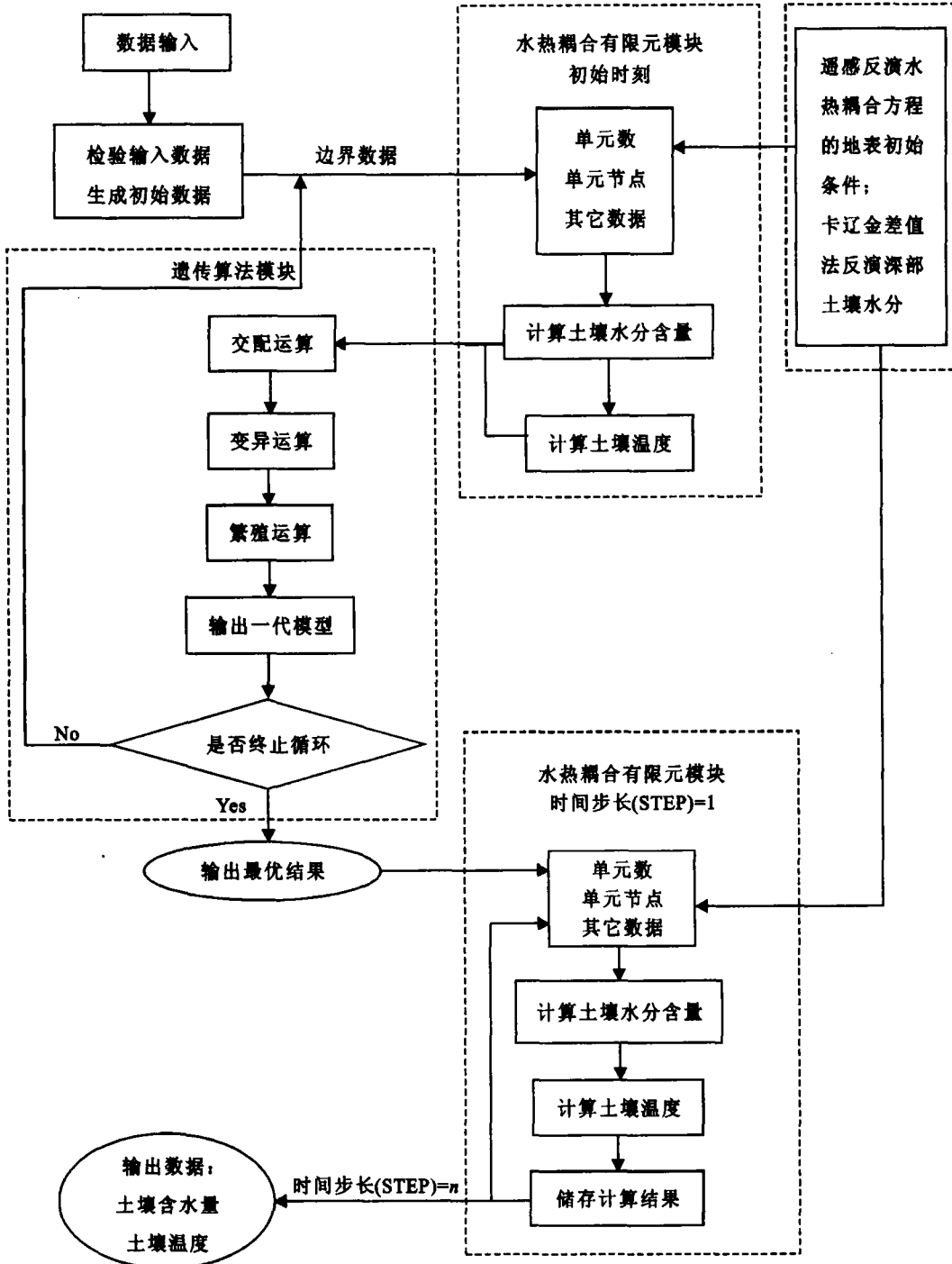


图 1 遗传算法与有限元法结合模型计算流程图

5 模型验证

研究区位于内蒙古西部,属于干旱和半干旱气候,地表水资源比较贫乏,且分布极不平衡。近年来随着人类对草场资源利用程度的提高和利用规模的增大,不少地区遭到了破坏,引起草场退化。土地沙化,环境恶劣。为了解研究区内土壤水分时空分布状

况,我们进行了与 MODIS 卫星同步的野外地面观测。现采用本文提出的方法,对研究区的土壤水热耦合运移问题进行数值模拟,考虑到实测数据的时段,选择了 2001 年 5 月 21 日 12:00—16:00 时段进行土壤含水剖面、土壤温度剖面的模拟。通过使用遗传算法获得土壤水热耦合边界条件,其值如表 2 所示。

求解土壤水热耦合方程时,时间步长取 300 S,方程的控制精度取为: $\epsilon_T=0.01^\circ\text{C}$, $\epsilon_w=0.01\% \text{H}_2\text{O}$, $\epsilon_T=0.01\%T$ 。图 2—5 分别为 6 个测点在同一时刻,不同深度和不同时刻,不同深度的土壤温度和土壤水分模拟计算值与实测值的比较。

表 2 遗传算法反演的土壤水热耦合边界

有限元 边界号	遗传算法反演参数值	
	边界土壤温度/ $^\circ\text{C}$	边界土壤水分/%
1	33.53	77.70
2	14.24	19.70
3	40.71	71.14
4	32.10	69.23
5	30.58	8.274
6	17.77	34.95
7	1.385	31.02
8	1.230	76.74
9	10.75	24.61
10	39.39	1.325
19	10.99	4.002
28	16.77	77.37
29	15.02	1.000
30	60.75	76.20
31	28.15	31.20
32	25.53	5.000
33	13.34	30.25
34	34.47	29.82
35	41.02	7.695
36	30.90	76.58
27	20.00	17.19
18	15.00	31.92

注:数据测定时间为 5 月 21 日 12:00

从图 2—5 中可见,土壤温度和土壤水分数据的模拟计算值与实测数据比较吻合,总体上来看,两者差异不大,由此可知本文提出结合方法可以用于土壤水分时空监测。

6 结论

本研究提出遗传算法与有限元算法相结合的模式,用于求解土壤水热耦合二维方程,实现对土壤含水量由表层至深层的时空监测。将此模式应用于内蒙西部试验区,对 5 月份的数据进行了模拟,计算结果表明此模型是合理、有效的。

土壤水热耦合方程的边界条件非常复杂,区域尺度上测量这些数据几乎是不可能的。采用遗传算法与有限元结合的方法选用最佳边界模型,即最优土壤温度和土壤水分边界,从而避免了测量土壤水热耦合边界条件所需的大量参数。

通过使用遥感手段反演土壤表层含水量和表层土壤温度,获取土壤水热耦合的表层初始条件;对于深部地区采用卡辽金差值法来完成,获取土壤水热耦合方程初始边界,使遥感方法和土壤水分监测结合起来,实现了对区域土壤水分的时空监测。

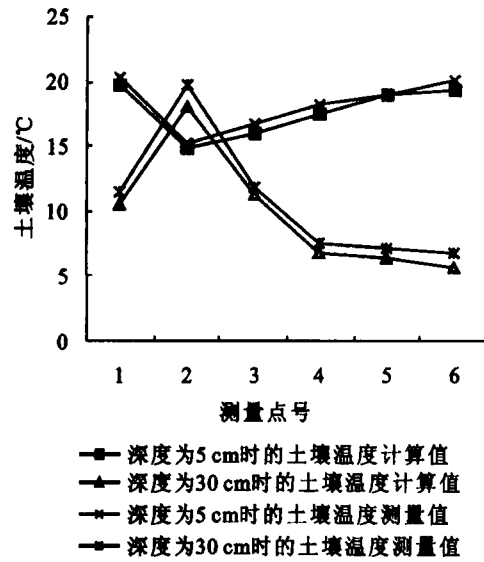


图 2 时间为 14:00 土壤温度实测与计算比较曲线

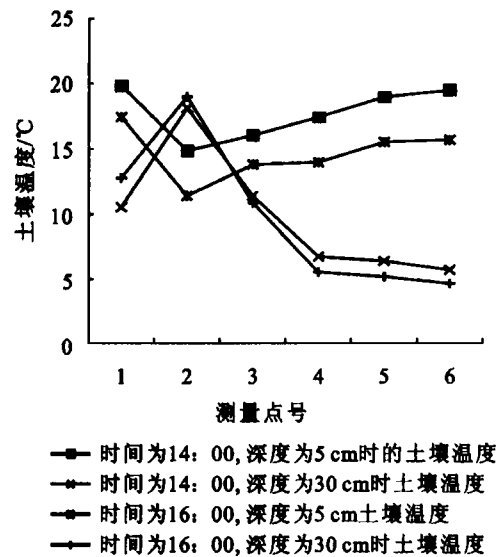


图 3 时间为 14:00 土壤温度实测与计算比较曲线

就土壤水热耦合方程而言,研究中模型涉及的一些参数被简化或者忽略,如汇源项的影响等,这将对本方法反演的土壤温度与水分的精度有所影响,但这对区域尺度而言是必要的。鉴于土壤水热耦合方程所需参数(土壤热传导系数、土壤热容量、土壤水传导系数等)的复杂性,目前尚难提出完善的物理模型,也造成了对土壤含水量的时空监测的影响;由于实测资料较少,对模型的验证尚显不足。本文着重综合性方法研究,技术路线合理,是值得进一步研究的。

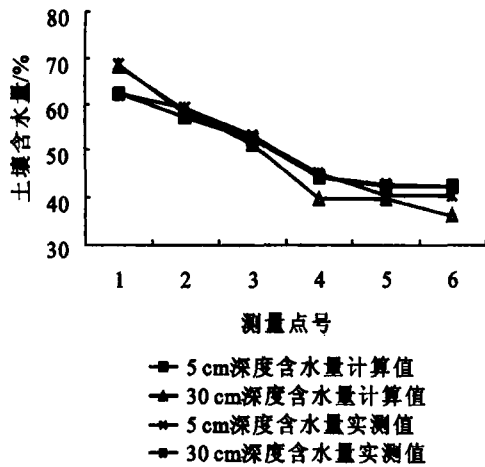


图 4 时间为 14:00 土壤含水量实测与计算比较曲线

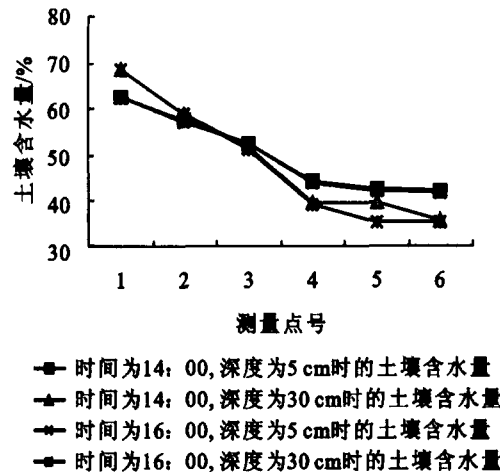


图 5 不同时刻土壤含水量实测与计算值比较曲线

[参 考 文 献]

- [1] Philip J R, Vries de D A. Moisture movement in porous materials under temperature gradients[J]. Eos Trans, 1957, 38(2): 222—322.
- [2] Harland R L. Analysis of coupled heat fluid transport in partially frozen soil[J]. Water Resources Research, 1973, 9(5):1314—1323.
- [3] Newman G P, Wilson G W. Heat and mass transfer in unsaturated soils during freezing[J]. Canadian Geotechnical Journal, 1997 (34):63—70.
- [4] 陈怀亮, 冯定原, 邹春辉, 等. 用 NOAA/AVHRR 资料遥感土壤水分风速的影响[J]. 南京气象学院学报, 1999, 22(2):219—224.
- [5] 包为民, 瞿思敏. 冰川消融耦合模型研究[J]. 水科学进展, 2001, 12(3):318—323.
- [6] 周明, 孙树栋. 遗传算法原理及应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 1999.
- [7] Kim S, Andrew G. Heydinger. A Model for coupled moisture and heat flow in unsaturated soil[J]. The Electronic Journal of Geotechnical Engineering, 2002(7): Bundle B.
- [8] Chung S O, Horton R. Soil heat and water flow with A partial surface mulch[J]. Water Resour. Res, 1987, 23: 2175—2186.
- [9] 沈荣开, 任理. 夏玉米全覆盖条件下土壤水热动态的田间实验和数值模拟[J]. 水利学报, 1997(2):14—21.
- [10] Gardner W R. Some steady state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water-table[J]. Soil Science, 1958, 85:228—232.
- [11] Haverkamp R, Vauclin M, Touma J, Wierenga P J, et al. A Comparison of numerical simulation models for one-dimensional infiltration[J]. Soil Science Society of America Journal, 1977, 41(2):285—294.
- [8] V D Oeyer M J A, Elbersen H W, Keojsers E R P, et al. Switch grass (*Panicum virgatum* L.) as a reinforcing fibre in polypropylene composites[J]. Journal of Materials Science, 2003, 38 (18) : 3697— 3707.
- [9] 中国科学院南京土壤研究所. 土壤理化分析[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1978.
- [10] 杨小凯. 数理经济学基础[M]. 北京: 国防工业出版社, 1985.
- [11] Muir J P, Sanderson M A, Ocumpaugh W R, et al. Biomass production of “Alamo” switchgrass in response to nitrogen phosphorous and row spacing[J]. Agronomy Journal, 2001, 93 : 5—10.
- [12] Li P, Zhao Z, Li Z B. Vertical root distribution characters of *Robinia pseudoacacia* on the Loess Plateau in China [J] Journal of Forest ry Research, 2004, 15 (4) :87—92.
- [13] Meziane D, Shipley B. Interaction components of interspecific relative growth rate : constancy and change under differing conditions of light and nutrient supply [J]. Functional Ecology, 1990, 13 : 611—622.

(上接第 78 页)