

权重系数优化法在小流域规划中的应用研究

王国重, 蔡崇法

(华中农业大学 资源与环境学院, 湖北 武汉 430070)

摘要: 应用权重系数优化方法于丹江口库区小流域综合治理中。实践结果表明,对各个目标函数赋予不同的权重系数,把多目标问题转化为单目标问题,求解此单目标问题,可以求得原多目标问题的有效解,使原问题简化,节省时间和人力,还可以提高计算的精度。权重系数优化法具有科学性和时效性,规划后的小流域从植被生态上可有效控制水土流失,减轻自然灾害,净化水源区水质,从社会经济上可达到农民增收,群众富裕的目的。

关键词: 权重系数优化法; 小流域; 规划; 综合治理

文献标识码: A

文章编号: 1000-288X(2008)05-0136-04

中图分类号: S157.2

Application of Weighted Coefficient Optimization Method in Small Watershed

WANG Guo-zhong, CAI Chong-fa

(School of Resources and Environment, Huazhong Agricultural University, Wuhan, Hubei 430070, China)

Abstract: The weighted coefficient optimization method has been applied to a small watershed management in Danjiangkou reservoir area. It gives different weighted coefficients to each objective function and changes multi-objective issue into single objective. The sound answer can be gotten through solving the single objective issue. The method not only simplifies the issue and saves time and labor, but also improves the accuracy of calculations. It is scientific and effective for a given period of time. After planning with it, in view of ecological vegetation, soil erosion can be effectively controlled, natural disasters can be mitigated, and water quality in water source areas can be purified. In view of society and economy, the purpose for farmers' income increment and people affluence may be achieved.

Keywords: weighted coefficient; small watershed; planning; comprehensive control

1 权重系数优化法应用的基本思路

1.1 基本思路^[1]

小流域治理规划是个多目标问题,多目标规划是解决这一问题的一种有效方法。多目标规划的求解途径是多种多样的,权重系数法就是其中之一。

权重系数是表示某一目标在整个目标系统中的重要程度,它表示在其它目标不变的情况下,这一目标的变化对结果的影响。权重系数法就是在合理地确定各目标的权重后,把多目标问题转化为单目标问题,对此单目标问题进行求解就可以得到原多目标问题的解,从而使问题简化,省时省力。

对于 m 个目标 $f_1(x), f_2(x), \dots, f_m(x)$, 分别乘以非负系数 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_m$, 这些系数的大小表明目标的重要程度,且这 m 个系数之和等于 1 (即 $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$)。

然后作新的目标函数(也称效用函数)为

$$U(x) = \sum_{i=1}^m \lambda_i \times f_i(x) \quad (1)$$

这样,就把多目标问题转化为单目标问题,求解模型 $\max U(x), x \in R$, 便可求出最优解。

1.2 规划步骤

1.2.1 运用数值决策法确定各目标的权重系数

由公式 $\sum_{i=1}^m \lambda_i = 1$ 和 $\sum_{i=1}^m \lambda_i F_i = 0$, 经数值决策后确定

式中: $\lambda_i > 0$, 为第 i 个目标函数的权重系数; F_i 为第 i 个目标函数的值。当求目标函数最大值时, F 取正值; 当求目标函数最小值时, F 取负值。

1.2.2 用极差正规化处理解决多目标的无量纲化

对于第 i 个评价价值进行极差正规化处理,就是将 x_{ij} 变换为

$$x_{ij}^* = (x_{ij} - \min x_{ij}) / (\max x_{ij} - \min x_{ij}),$$

$$i=1, 2, \dots, n; j=1, 2, \dots, m \quad (2)$$

通过变换以后, $0 \leq x_{ij} \leq 1$, 消除了量纲的影响。

1.2.3 综合目标的确定 小流域治理规划的目标函数可以分为两类, 一类求极大 $\max f_i(x)$; 一类求极小 $\min f_i(x)$ 。采用加权和方法将这两类目标函数进行归一化处理, 即将这两类目标化为一个综合目标。设求极大的目标函数为 p 个, 则求极小为 $m-p$ 个 (目标函数总数为 m 个), 其综合目标函数可表示为

$$U(x) = \sum_{i=1}^p \alpha_i \times f_i(x) + \sum_{i=m-p}^m \beta_i \times f_i(x) \quad (3)$$

即 $\max U(x) =$

$$\max \sum_{i=1}^p \alpha_i \times f_i(x) - \min \sum_{i=m-p}^m \beta_i \times f_i(x) \quad (4)$$

这样, 就将两类不同性质的目标函数归成一类, 将多目标问题变成了单目标问题。

1.2.4 对模型进行求解^[2] 根据所确定的模型参数, 采用一定的方法进行求解, 就可以得到所需要的结果。这里采用改进单纯形法进行计算, 改进单纯形法是对单纯形法的改进, 其核心是把一系列表格的迭代改为一系列矩阵的相乘, 在必要时计算必要的数, 摒除无谓的数据计算, 可适应较大型规划模型的求解, 其计算流程如图1所示。

2 小流域概况

磨沟小流域位于丹江口水库上游西侧的淅川县境内。土地总面积 2 050.57 hm^2 , 其中耕地面积 299.14 hm^2 , 占 14.6%; 有林地 1 174.75 hm^2 , 占 57.3%; 疏林地 525.62 hm^2 , 占 25.6%; 非生产用地 51.06 hm^2 , 占 2.5%。现有耕地中坡耕地比重较大, 为 95.88 hm^2 , 占现有耕地的 32.1%, 人均坡耕地 0.08 hm^2 。

该小流域存在的问题主要有: (1) 水土流失严重, 洪涝灾害频繁。该流域水土流失面积 925 hm^2 , 占土地总面积的 45.1%, 平均年土壤侵蚀量 2.98 $\times 10^4 \text{ t}$, 侵蚀模数达 3 220 $\text{t}/(\text{km}^2 \cdot \text{a})$; 另外, 其西北部为浅山区, 东南部为丘陵区, 属低山丘陵区, 山坡较陡, 沟壑纵横, 很容易造成水土流失。(2) 该流域地理位置特殊, 伴随着水土流失, 化肥、农药残留物和其它化学成分一旦流入丹江口水库, 将严重影响中线工程水源地水质的安全。(3) 由于水土流失, 加之传统的耕作方式, 粮食产量低而不稳, 而且制约着当地经济的可持续发展。

因此, 该小流域需进行多目标综合治理, 既要治理水土流失确保农民增收和当地的粮食安全, 还要保证水源地水质的安全, 美化环境, 实现人与自然的和谐。

3 模型参数的确定

3.1 选择决策变量^[3]

在水保部门对该流域进行土地质量分级、适宜性研究评价的基础上以及分析研究《丹江口库区及上游水土保持重点防治工程淅川县库西项目区可行性研究报告》的基础上, 选择下列变量做为模型的决策变量:

- x_1 : 退耕还经济林 (hm^2); x_2 : 退耕还生态林 (hm^2);
 x_3 : 坡改梯田 (hm^2); x_4 : 耕地面积 (hm^2);
 x_5 : 林地 (hm^2); x_6 : 非生产用地 (hm^2);
 x_7 : 小塘坝 (座); x_8 : 水窖 (口);
 x_9 : 生态修复 (hm^2); x_{10} : 谷坊 (个);
 x_{11} : 沉沙池 (个); x_{12} : 等高植物篱 (km)

3.2 目标函数的确定^[4]

一般以流域综合治理的总效益最大为目标函数。根据该小流域的自然经济特点和治理开发的要求, 其总效益主要体现在 3 个方面: 直接经济效益、保土效益、资金投入。直接经济效益指各项措施增加的经济收入; 保土效益指水土保持措施实施后每年的保土能力; 资金投入指水保措施所需要的资金投入。

即: $\max F(x) = \max [f_1(x), f_2(x), f_3(x)]^T$
 式中: $f_1(x)$ ——流域规划的直接经济效益; $f_2(x)$ ——保土效益; $f_3(x)$ ——资金投入。

根据小流域可行性研究报告和该流域水土流失情况, 采用模型预测与经验预测相结合的方法, 得到 2020 年各项水保措施的直接效益系数、保土效益系数、资金投入系数 (表 1)。

从而可得 $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$ 的表达式如下

$$f_1(x) = 0.3x_1 + 0.036x_2 + 0.858x_3 + 0.438x_4 + 0.01x_5 + 5.19x_6 + 0.022x_9 + 0.308x_{12}$$

$$f_2(x) = 32x_1 + 30x_2 + 57x_3 + 314.3x_7 + 18x_9 + 50x_{10} + 3.5x_{11} + 27x_{12}$$

$$f_3(x) = 0.0764x_1 + 0.0706x_2 + 1.2172x_3 + 0.2x_4 + 5.1256x_7 + 0.3005x_8 + 0.0552x_9 + 0.2679x_{10} + 0.0592x_{11} + 0.316x_{12}$$

3.3 约束方程的建立

3.3.1 可用地约束 所有利用面积总和不超过土地总面积。

$$\sum_{i=1}^6 x_i = 2\,050.57 \quad (5)$$

3.3.2 土地约束 即农、林、牧各业用地小于或等于适宜面积。

$$x_4 = 203.26 \quad x_6 = 51.06 \quad (6)$$

$$x_3 + x_5 = 1\,729.57 \quad (7)$$

$$x_1 + x_2 = 66.68 \quad (8)$$

表 1 小流域水土保持效益参数表、资金投入系数

措施	保土效益/ t	投入资金/ 10 ⁴ 元	经济效益/ 10 ⁴ 元
谷坊/个	50	0.267 9	
还生态林/hm ²	30	0.070 6	0.036
还经济林/hm ²	32	0.076 4	0.300
坡改梯/hm ²	57	1.217 2	0.858
小塘坝/座	314	5.125 6	
耕地/hm ²		0.200 0	0.438
等高植物篱/km	27	0.316	0.308
水窖/口		0.300 5	
非生产用地/hm ²			5.190
沉沙池/个	3.5	0.059 2	
林地/hm ²			0.007
生态修复/hm ²	18	0.055 2	0.022

注:非生产用地产生的效益是指由牲畜养殖以及工副业等所带来的效益。

3.3.3 水土流失约束 各种水土流失地类的面积之和不大于总流失面积。

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_9 = 925 \quad (9)$$

3.3.4 侵蚀约束 根据该流域可行性研究报告,规划治理的保土率不小于 70%,即保土量大于 20 860 t。

$$f_2(x) \geq 20\ 860 \quad (10)$$

3.3.5 粮食约束

小流域内人口预测。流域内的人口数量由下式计算

$$P_e = P_b \times (1 + k)^n \quad (11)$$

式中: P_b ——设计期初(2005 年)的人口数量,1 200 人; P_e ——设计期末的人口数量; n ——设计实施年限,15 a; k ——人口自然增长率,据淅川县“十一五”规划纲要,确定其人口自然增长率 6‰。

小流域内粮食预测。为保证粮食供给,据淅川县“十一五”规划纲要和公式(11),人口按 15 a 预测,自然增长率为 0.6%,每人需粮 400 kg/a 计算,到 2020 年为 1 313 人,流域共需粮 525 200 kg。

$$6\ 298x_4 \geq 525\ 200 \quad (12)$$

3.3.6 非负约束 即 $x_i > 0, i = 1, 2, \dots, 12$

另外,根据县水利工程勘测部门提供的小流域地质地貌资料,确定

$$x_7 = 7, x_8 = x_{11} = 23, x_{10} = 15, x_{12} = 13.69$$

4 规划结果及分析

4.1 权重系数的确定

按照前文所述的求解步骤进行计算,具体过程如表 2—4 所示。

表 2 小流域水土保持多目标规划表

决策变量	$\max f_1(x)/$ 10 ⁴ 元	$\max f_2(x)/$ t	$\min f_3(x)/$ 10 ⁴ 元
x_1	7.479 0	797.76	1.904 0
x_2	1.503 0	1 252.50	2.949 2
x_3	25.053 6	1 664.40	35.541 5
x_4	89.027 9	0.00	40.652 0
x_5	11.902 6	0.00	0.000 0
x_6	265.001 0	0.00	0.000 0
x_7	0.000 0	2 200.10	35.879 4
x_8	0.000 0	0.00	6.910 4
x_9	18.238 7	14 922.54	45.779 9
x_{10}	0.000 0	750.00	4.017 9
x_{11}	0.000 0	80.50	1.362 7
x_{12}	4.217 0	369.63	4.326 0
$F(x)$	422.422 8	22 037.43	179.323 0

表 3 小流域多目标规划不同方案目标值计算

方案	各目标函数权重	$f_1(x)$	$f_2(x)$	$f_3(x)$
1	(0.45, 0.25, 0.3)	190.090 3	5 509.357 5	53.796 9
2	(0.5, 0.3, 0.2)	211.211 4	6 611.229 0	35.864 6
3	(0.5, 0.2, 0.3)	211.211 4	4 407.486 0	53.796 9
4	(0.4, 0.2, 0.4)	168.969 1	4 407.486 0	71.729 2
5	(0.4, 0.3, 0.3)	168.969 1	6 611.229 0	53.796 9
	最大值	211.211 4	6 611.229 0	71.729 2
	最小值	168.969 1	4 407.486 0	35.864 6
	极差 R	42.242 3	2 203.743 0	35.864 6

表 4 小流域多目标规划最优方案计算

方案	$(\max f_1(x) - f_1(x)) \setminus R_1$	$(\max f_2(x) - f_2(x)) \setminus R_2$	$(f_3(x) - \min f_3(x)) \setminus R_3$	合计
1	0.5	0.5	0.5	1.5
2	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	1.0	0.5	1.5
4	1.0	1.0	1.0	3.0
5	1.0	0.0	0.5	1.5

表 3 中赋予各目标函数不同的权重,计算各种方案的极差。由表 4 进行方案比较,各种方案的合计值最小者对应的方案为最佳方案,即方案 2 为最优方案,所以 $w_1 = 0.5, w_2 = 0.3, w_3 = 0.2$ 时,总目标函数 $\max F(x)$ 的值达到最大,此时总目标函数可设为 $\max F(x) = \max [w_1 \times f_1(x) + w_2 \times f_2(x) - w_3 \times f_3(x)]$,这样就把多目标规划问题转化为单目标线性问题。该目标函数和式(5) —(10), (12) 组成线性

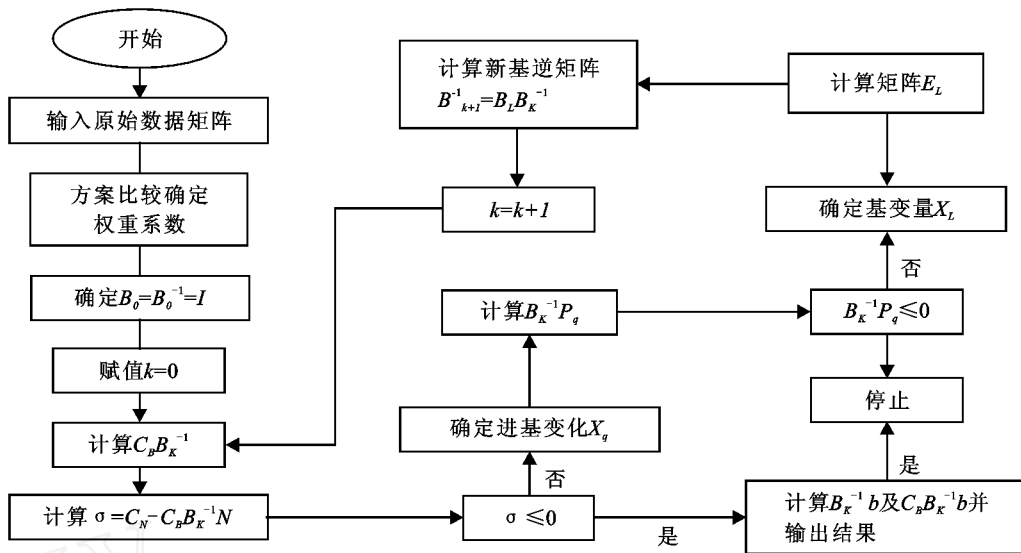
规划模型,用改进单纯形法求解,即可求得此多目标规划问题的解。模型的求解流程图^[5]如图 1 所示。

4.2 结果及合理性分析

4.2.1 优化结果 退耕还经济林面积 $x_1 = 24.93 \text{ hm}^2$; 退耕还生态林面积 $x_2 = 41.75 \text{ hm}^2$; 坡改梯面积 $x_3 = 29.2 \text{ hm}^2$; 耕地面积 $x_4 = 203.26 \text{ hm}^2$; 林地面积 $x_5 = 1700.37 \text{ hm}^2$; 非生产用地面积 $x_6 = 51.06$

hm^2 ; 小塘坝 $x_7 = 7$ 座; 水窖 $x_8 = 23$ 口; 生态修复 $x_9 = 829.03 \text{ hm}^2$; 谷坊 $x_{10} = 15$ 个; 沉沙池 $x_{11} = 23$ 个; 等高植物篱 $x_{12} = 13.69 \text{ km}$ 。

4.2.2 合理性分析 如表 5 所示,现实的土地利用结构与优化模型计算结果吻合,表明流域目前的土地利用结构基本可满足农、林、牧、副各业生产和保护植被,控制水土流失等目标的需求,说明优化结果是合理的。



B_0 为初始的基变量组成的矩阵; B_0^{-1} 为初始基变量矩阵的逆矩阵; C_B 为基变量中的系数组成的矩阵; k 为迭代的次数; B_k^{-1} 为第 k 次迭代的基变量矩阵的逆矩阵; I 为单位矩阵; C_N 为非基变量中的系数组成的矩阵; N 为非基变量组成的矩阵; P_q , E_L 为单位列矩阵,用于矩阵变换; σ 为检验数; B_{k+1}^{-1} 为第 $k+1$ 次迭代的基变量矩阵的逆矩阵; b 为常数项组成的矩阵

图 1 改进单纯形法求解模型的流程图

表 5 土地利用结构调整情况

各业用地	总面积	耕地	林地	经济林	生态林	非生产地
优化前	2 050.57	299.14	1 700.37	0.00	0.00	51.06
优化后	2 050.57	203.26	1 729.57	24.93	41.75	51.06

5 结论

采用权重系数优化方法,对各个目标函数,根据其重要程度,用数值决策法赋予一定的权重系数,以新构造的线性权重和函数为目标函数,就可以把多目标问题转化为单目标问题,对此单目标问题进行求解,就可得到原多目标问题的解。这样做可以使原问题简化,避免人为因素的干扰,还可以节省时间和人力,提高计算的精度^[6]。

[参 考 文 献]

[1] 齐实,孙立达.多目标数学规划在小流域综合治理规划

应用中的几个问题探讨[J].北京林业大学学报,1992,(4):133—137.

[2] 胡清淮,魏一鸣.线性规划及其应用[M].北京:科学出版社,2004:20—60.

[3] 长江水利委员会.丹江口库区及上游水土保持重点防治工程浙川县库西项目区可行性研究报告[R].2007.

[4] 岳超源.决策理论与方法[M].北京:科学出版社,2003:5—18.

[5] 唐焕文,秦学志.实用最优化方法[M].大连:大连理工大学出版社,2004:220—260.

[6] 尚松浩.水资源系统分析方法及应用[M].北京:清华大学出版社,2006:130—135.