

# 混沌理论在 $\text{NH}_3 - \text{N}$ 污染指数时间序列分析中的应用

周维<sup>1</sup>, 张斌<sup>1</sup>, 刘祖涵<sup>1</sup>, 邓青春<sup>1</sup>, 覃发超<sup>1</sup>, 第宝锋<sup>2</sup>, 余波<sup>2</sup>

(1. 西华师范大学 国土资源学院, 四川 南充 637009; 2. 四川大学 建筑与环境学院, 四川 成都 610065)

**摘要:** 根据混沌理论, 对四川省乐山岷江大桥  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数时间序列通过相空间重构, 应用自相关法和 Cao 方法确定出重构参数, 并分别计算了该序列的关联维、最大 Lyapunov 指数以及 Kolmogorov 熵等特征量。结果表明, 四川省乐山岷江大桥  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数时间序列存在明显的混沌特性, 是非线性混沌动力系统演化的结果; 研究结果为进一步研究  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数时间序列的复杂性、演化规律及预测奠定了基础, 也可为岷江中上游地区水质环境监测和保护提供决策支持。

**关键词:**  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数时间序列; 混沌理论; 关联维; 最大 Lyapunov 指数; Kolmogorov 熵

文献标识码: B

文章编号: 1000-288X(2011)02-0138-04

中图分类号: P332.7

## Application of Chaos Theory in Time Series Analysis of $\text{NH}_3 - \text{N}$ Pollution Index

ZHOU Wei<sup>1</sup>, ZHANG Bin<sup>1</sup>, LIU Zu-han<sup>1</sup>, DENG Qing-chun<sup>1</sup>, QIN Fa-chao<sup>1</sup>, DI Bao-feng<sup>2</sup>, YU Bo<sup>2</sup>

(1. Land and Resources College, China West Normal University, Nanchong, Sichuan 637009, China;

2. College of Architecture and Environment, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China)

**Abstract:** According to Chaos Theory, the time series of  $\text{NH}_3 - \text{N}$  pollution index at Minjiang Bridge in Leshan City, Sichuan Province was reconstructed through the phase spaces. The reconstruction parameters were determined by the application of mutual information and Cao's method, and the characteristic indices including correlation dimension, Maximal Lyapunov index and Kolmogorov entropy were calculated accordingly. All the results indicate that a nonlinear chaotic characteristic can be clearly identified in the time series of  $\text{NH}_3 - \text{N}$  pollution index of Minjiang Bridge, which might result from the non-linear chaotic dynamic system evolution. The research laid the basic foundation for further study on the complexity and evolutionary law of the time series of  $\text{NH}_3 - \text{N}$  pollution index. It also offered the decision-making support for monitoring and protection of water quality in the middle and upper reaches of Minjiang River.

**Keywords:** time series of  $\text{NH}_3 - \text{N}$  pollution index; chaos theory; correlation dimension; maximum Lyapunov exponent; Kolmogorov entropy

氨氮污染指数 (mg/L) 是将氨氮 ( $\text{NH}_3 - \text{N}$ ) 浓度简化成为单一的概念性指数形式, 适合于表征河流的短期水质质量状况和变化趋势, 是河流水质系统的一个重要特征量。

受河流流量丰枯变化、工农业生产不均衡等因素的影响, 河流的  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数往往表现出时空变异特征。因此研究  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数的时间变化规律, 一方面可以反映流域工农业生产水平及河流水文特征, 另一方面进行河流水质周期性预测的基础。

以往对河流水质的研究方法主要有数学模型法<sup>[1]</sup>、神经网络法<sup>[2]</sup>、层次分析法<sup>[3]</sup>、小波分析法<sup>[4]</sup>

等, 但把混沌理论用于河流水质研究还鲜见报道。混沌分析方法不仅能够很好地探索非线性动力系统本身产生的不规则、非周期的宏观时空行为, 而且能对其短期变化进行比较准确的预测。

本研究以国家环境保护部提供的四川省乐山岷江大桥  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数为数据源, 将混沌理论应用到  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数时间序列进行特征行为分析, 从关联维数、Lyapunov 指数及柯尔莫哥洛夫 (Kolmogorov) 熵等方面研究  $\text{NH}_3 - \text{N}$  污染指数时间序列的混沌动力学特征, 以期对岷江中上游地区水质的预测提供理论依据, 为水质环境监测、保护与管理提供决策支持。

## 1 混沌的涵义

混沌定义方式有很多种,但本质上是一致的。设  $V$  是一个紧度空间,连续映射  $f:V \rightarrow V$ ,如果满足对初值敏感依赖、拓扑传递性以及  $f$  的周期点集在  $V$  中稠密这 3 个条件,则  $f$  是 Devaney 意义下  $V$  上的混沌映射或混沌运动<sup>[5]</sup>。

混沌时间序列的混沌性识别方法很多,但对于未知系统产生的混沌信号,往往采用数值的方法能更准确地识别其混沌特性,以揭示系统的运动本质。通过重构相空间计算该时间序列的关联维、Kolmogorov 熵和最大 Lyapunov 指数,可以表明该时间序列是否具有混沌吸引子(即混沌特性)。

## 2 乐山市岷江大桥 $\text{NH}_3\text{-N}$ 污染指数时间序列的混沌特征

### 2.1 数据来源与处理方法

以国家环境保护部提供的四川省乐山市岷江大桥断面  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数为数据源,每周数据发布在国家环境保护部数据中心网站上(<http://data-center.mep.gov.cn/getCountGraph.do?type=rur-QianWater>)。本研究的数据起止时间为 2005 年第 1 周至 2009 年第 51 周,近 5 a 的每周氨氮指数数据共 259 条。以 2005 年第 1 周的氨氮指数作为第 1 条数据,第 2 周的作为第 2 条数据,以此类推,至 2009 年第 51 周的为第 259 条数据。其中 2005 年第 7 周、2006 年第 18 周、2008 年第 6 周的氨氮指数数据缺失,根据前后 2 周的数据取算术平均值的方法补上。为了消除边界效应,对数据采用周期法进行了延展。主要的数据处理和小波变换在 Office 2003 以及 Matlab 7.0 中实现。 $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列如图 1 所示。

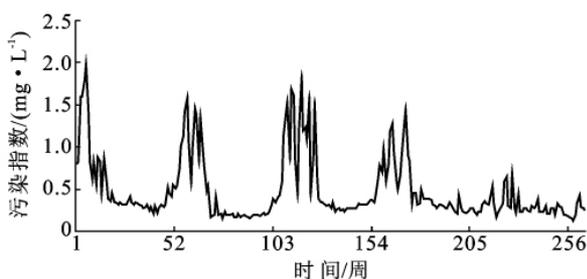


图 1 岷江大桥近 5 a 来  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列

### 2.2 $\text{NH}_3\text{-N}$ 污染指数时间序列的混沌特征量

2.2.1 关联维数 采用自相关法<sup>[6-7]</sup>可得到  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列的时延<sup>[8-9]</sup>  $\tau = 4$ ;采用 Cao 方

法<sup>[10-11]</sup>可得到  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列的嵌入维数<sup>[12]</sup>  $m = 15$ 。

如果在重构的相空间中可以得到较小的分维数,那么该动力系统就具有混沌特征<sup>[13]</sup>。它对吸引子的不均匀性反应敏感,更能够描述自相似结构的混沌吸引子特征和动态结构。只要嵌入维数足够高(通常  $m \geq 2D_0 + 1$ ,  $D_0$ ——吸引子维数),就可以在拓扑等价的意义下恢复系统原来的动力学特征。饱和关联维可作为吸引子维数的估计,且与 Kolmogorov 熵具有十分密切的联系,常用来反应吸引子的分形特征<sup>[14]</sup>。

通过计算关联维度,确定时间序列是否由动力学过程所产生的,以及至少需要多少个变量表征该线性系统。此外,关联维度还有助于区分周期系统和混沌系统,前者的关联度是整数维的,后者则是分数维的,而非整数的关联维度往往还说明研究的系统具有分形的特征<sup>[15]</sup>。

计算关联维数一般采用 G—P 算法<sup>[16]</sup>。表 1 是  $\tau = 4, m = 15$  时关联积分的  $\ln C(r) - \ln r$ ,图 2 是关联积分的  $\ln C(r) - \ln r$  与选取的  $r$  对应的一次斜率。从表 1 和图 2 可以看出,关联积分  $\ln C(r) - \ln r$  起初比较稳定,随之迅速上升,继而下降,而且下降速率比上升速率小,经历了稳定→陡然上升→陡然下降→缓慢波动下降→稳定几个阶段,系统最终进入混沌状态,关联维数(吸引子维)趋于稳定,在  $D_2 = 4.2817$  时达到饱和,说明该  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列具有混沌特征;构建该动力系统至少需要 4 个甚至 5 个动态变量才能有效解释  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列的变化;该系统的吸引子具有分形结构,这在  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列小波分解后显示的自相似指数图中可以得到印证(图 3),在各尺度上小波系数曲线具有相似性,从而表现出无穷嵌套的几何结构,同一种行为在越来越小的尺度上重复出现,而各个层次自相似分布,垂直线上显示的线条,就是信号的自相似性(也即信号的分形特征)产生的。小波系数越大,则灰度越深。因此对该系统的描述,也可以用单标度或多标度分形理论来研究<sup>[17]</sup>。

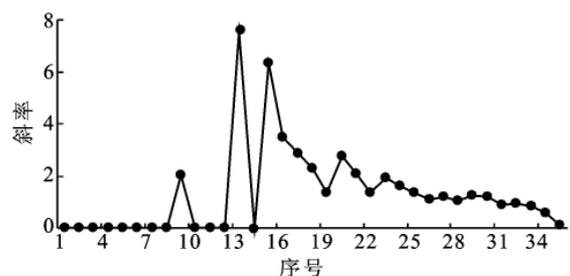


图 2  $\ln C(r) - \ln r$  的斜率曲线( $\tau = 4, m = 15$ )

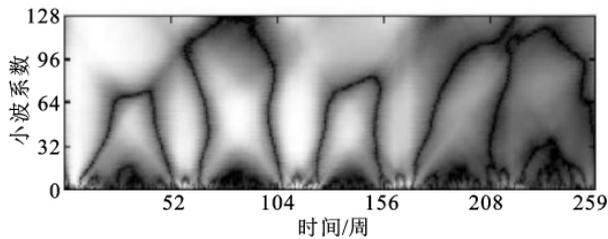


图 3 小波分解后的自相似指数图

2.2.2 最大 Lyapunov 指数 Lyapunov 指数是一个谱系  $\lambda_i (i=1, 2, \dots, m-1)$ , 若谱系中只有最大者为正值, 则系统为一维混沌; 若谱系中具有两个或两个以上正的 Lyapunov 指数, 则系统为多维混沌或超混沌; 否

则系统为非混沌。常用最大 Lyapunov 指数  $\lambda_1$  来进行混沌分析, 并且可以对该系统进行预测, 以  $\lambda_1$  的倒数即  $T=1/\lambda_1$  为最大可预测长度的估计值<sup>[5]</sup>。

对于  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列, 在  $\tau=4, m=15$  的情况下, 绘出  $\ln\delta_s-s$  曲线 (其中,  $\ln\delta_s$  为  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列非线性局部 Lyapunov 指数得到的初始误差  $\delta_s$  的对数, 它是预报时间  $s$  的一个变量, 其斜率为最大可预测长度的估计值)。作  $\ln\delta_s-s$  曲线的直线拟合, 斜率为 0.092 3, 即为最大的 Lyapunov 指数  $\lambda_1=0.092 3 (>0)$ 。这表明  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列的动力行为是混沌的; 该系统的最大可预报的时间尺度为 10~11 周。

表 1  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列关联积分  $\ln C(r)-\ln r (\tau=4, m=15)$ 

|            |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $\ln r$    | -7     | -6.8   | -6.6   | -6.4   | -6.2   | -6     | -5.8   | -5.6   | -5.4   |
| $\ln C(r)$ | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 |
| $\ln r$    | -5.2   | -5     | -4.8   | -4.6   | -4.4   | -4.2   | -4     | -3.8   | -3.6   |
| $\ln C(r)$ | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 |
| $\ln r$    | -3.4   | -3.2   | -3     | -2.8   | -2.6   | -2.4   | -2.2   | -2     | -1.8   |
| $\ln C(r)$ | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -9.336 | -8.924 | -6     | -5.85  | -5     |
| $\ln r$    | -1.6   | -1.4   | -1.2   | -1     | -0.8   | -0.6   | -0.4   | -0.2   | 0      |
| $\ln C(r)$ | -4.187 | -3.459 | -3     | -2.714 | -2     | -1.153 | -0.648 | -0.014 | 0      |

2.2.3 Kolmogorov 熵 Kolmogorov 熵<sup>[18]</sup> (即  $K$  值) 用来度量系统运动的混乱或无序程度: 若  $K=0$ , 系统做规则运动; 若  $K \rightarrow \infty$ , 系统做随机运动; 若  $0 < K < \infty$ , 系统做混沌运动, 且  $K$  越大, 系统的混沌程度越严重。它与 Lyapunov 指数和关联维数之间存在一定关系: 对于一维系统, 有  $K=\lambda$ ; 对于多维系统, 有  $K=\sum_j \lambda_j^+$ , 即等于所有正的 Lyapunov 指数之和。根据 Kolmogorov 熵的 G-P 方法<sup>[19-20]</sup>, 可以绘出  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列的  $K$  随嵌入维  $m+1$  的变化曲线, 随着  $m+1$  的增加,  $K$  值趋于稳定, 且当  $(m+1)=16$ , 即  $m=15$ , Kolmogorov 熵达到饱和, 即有  $K \approx 0.382 7 (>0)$ 。进一步说明了  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列存在混沌特性。

### 3 结论

$\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数是水质污染的一个重要指标, 根据混沌理论对四川省乐山岷江大桥断面  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数的混沌特性研究, 结果表明  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列存在混沌特性。

本研究应用自相关法、Cao 方法确定出  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列的重构参数 (延迟时间和嵌入维数), 并运用相空间重构技术、小数据量算法和 G-P

算法, 分析  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列的混沌动力学特征。计算结果表明, 相关维数为分数; 最大 Lyapunov 指数  $\lambda_1$  大于 0; Kolmogorov 熵大于 0 小于  $\infty$ , 表明  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列的确存在混沌动力学特征。将混沌理论结合小波分析方法用于  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数时间序列, 能较好地反映该序列内在的运动机理, 揭示动力系统复杂的运动规律和演化过程。混沌理论方法用于  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染时间序列的分析是科学有效的, 也适用于其它污染物的运动规律和系统演化过程研究。

四川省乐山市岷江大桥  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数变化受径流量、工业生产时空分布、农业播种以及“5·12”地震的影响, 在时间序列上表现出轻重交替的特点, 呈现出混沌特性。研究表明, 每年 6—7 月四川省乐山市岷江大桥水质  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染最轻, 而每年 12 月至翌年 3 月  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染最严重,  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染指数月以 1 a 为周期振荡最强。同时,  $\text{NH}_3\text{-N}$  浓度也与该时期流域内工农业生产活动强度呈正相关关系。另外, “5·12”地震对岷江中上游地区的工农业影响显著: 许多工厂遭到破坏停产; 一部分耕地因为强震造成的次生灾害直接被掩埋而丧失耕作条件, 还有部分耕地因为建临时居民点等原因荒弃, 农业生产受到极大影响, 这些都直接或间接地造成岷江中上游地区

的  $\text{NH}_3\text{-N}$  来源大为减少。因此,“5·12”地震以来,岷江水体的  $\text{NH}_3\text{-N}$  污染呈明显降低的态势。

混沌分析方法的引入为水文预测提供了另外一种途径,用最大 Lyapunov 指数  $\lambda_1$  的倒数即  $T=1/\lambda_1$  作为最大可预测长度的估计值,这一方法实现了水文预测从长期到短期的转化。如果在预测中能考虑把混沌预测方法和神经网络方法结合起来,将能够极大地提高预报结果的准确性,这也将是下一步的研究重点。

#### [ 参 考 文 献 ]

- [1] 陈永灿,郑敬云,刘昭伟. 三峡库区河段水质评价与分析[J]. 水利水电技术, 2001, 32(7): 24-27.
- [2] 刘坤,刘贤赵,王巍,等. 模糊概率神经网络水质评价模型及其应用[J]. 数学的实践与认识, 2006, 36(12): 138-144.
- [3] 方燕,党志良. 基于层次分析法的渭河流域水环境质量综合评价[J]. 水资源与水工程学报, 2005, 16(1): 45-48.
- [4] Qin F C, Liu Z H, Zhang B. Unsteadiness of  $\text{NH}_3\text{-N}$  pollutant in the Middle-Upper Minjinag River[C]. Wuhan; 2010 CESCE. 2010: 515-518.
- [5] 吕金虎,陆君安,陈士华,等. 混沌时间序列分析及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2002: 106-108.
- [6] 刘瑞源,刘顺林,徐中华,等. 自相关分析法在中国电离层短期预报中的应用[J]. 科学通报, 2005, 50(24): 2781-2785.
- [7] 李健,周激流,孙涛,等. 自相关级联混沌振子法实现随相弱正弦信号的检测[J]. 四川省大学学报: 工程科学版, 2010, 42(1): 191-195.
- [8] 修春波,刘向东,张宇河. 相空间重构延迟时间与嵌入维数的选择[J]. 北京理工大学报, 2003, 23(2): 219-224.
- [9] 马红光,李夕海,王国华,等. 相空间重构中嵌入维和时间延迟的选择[J]. 西安交通大学学报, 2004, 38(4): 335-338.
- [10] Kennel M B, Brown R, Abarbanel H D. Determinating embedding dimension for phase-space reconstruction using a geometrical construction [J]. Physical Review A, 1992, 45(6): 3403-3411.
- [11] Cao L. Practical method for determining the minimum embedding dimension of a scalar time series [J]. Physica D, 1997, 110(1/2): 43-50.
- [12] 蒋培,胡晓棠. 一种新的选择相空间重构参数的方法[J]. 机械科学与技术, 2001, 28(3): 364-366.
- [13] 李国良,付强,冯艳,等. 基于混沌的三江平原月降水时间序列分析[J]. 数学的实践与认识, 2007, 37(6): 76-81.
- [14] 黄润生,黄浩. 混沌及其应用[M]. 武汉: 武汉大学出版社, 2000: 198-202.
- [15] Panas E, Ninni V. Are oil markets chaotic? A non-linear dynamic analysis [J]. Energy Economics, 2000, 22(5): 549-568.
- [16] Grassberger P, Procaccia I. Measuring the strangeness of strange attractor [J]. Physica D, 1983, 9(1/2): 189-208.
- [17] Mandelbrot B. Fractals: Form, chance and dimension [M]. San Francisco: Freeman W H, 1977: 56-85.
- [18] Galgani L, Benettin G, Strelcyn J M. Kolmogorov entropy and numerical experiments [J]. Physical Review A, 1976, 14(3): 2338-2345.
- [19] Cohen A, Procaccia I. Computing the Kolmogorov entropy from a time signals of dissipative and conservative dynamical systems [J]. Physical Review A, 1985, 31(3): 1872-1880.
- [20] Gassberger P, Procaccia I. Estimation of the Kolmogorov entropy from a chaotic signals [J]. Physical Review A, 1983, 28(4): 2591-2593.