

# 基于滑动无偏灰色马尔科夫模型的水库年降雨量预测

侯翔龙<sup>1</sup>, 阳辉<sup>2</sup>

(1. 太原理工大学 水利科学与工程学院, 山西 太原 030024; 2. 太原理工大学 环境科学与工程学院, 山西 太原 030024)

**摘要:** 为了判别灰色模型与灰色马尔科夫模型哪一个更适合于降雨量的预测, 以山西省寿阳县蔡庄水库为研究对象, 通过灰色模拟、无偏灰色模拟、滑动无偏灰色模拟 3 种模拟方法对研究区 40 a 的降雨量进行数值模拟, 比较了 3 种方法的精确程度。选出最优方法, 将精度最高的滑动无偏灰色模型辅以马尔科夫模型, 形成灰色马尔科夫模型, 再与灰色模型作对比较, 判断其精度。结果表明, 灰色模型对于长期预测和波动性较大的数据列拟合效果较差, 灰色马尔科夫模型能够更好地适应数据的波动性, 模拟效果更好。因此, 在改进灰色模型的基础上辅以马尔科夫模型, 形成改进的灰色马尔科夫模型, 发挥出灰色模型与马尔科夫模型各自的优点, 达到了更好的模拟效果。

**关键词:** 水库; 年降雨量; 灰色模型(1, 1); 无偏灰色模型(1, 1); 马尔科夫模型

文献标识码: B

文章编号: 1000-288X(2014)03-0181-04

中图分类号: P332

DOI:10.13961/j.cnki.stbctb.2014.03.035

## Prediction of Annual Precipitation over Reservoir Based on Sliding Unbiased Grey Markov Model

HOU Xiang-long<sup>1</sup>, YANG Hui<sup>2</sup>

(1. College of Water Resources Science and Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China; 2. College of Environment Science and Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China)

**Abstract:** In order to distinguish grey model or grey Markov model is more suitable for rainfall forecasting, grey model (GM), unbiased grey model and moving unbiased grey model were compared by taking the Caizhuang Reservoir in Shouyang County, Shanxi Province as the research object and using its 40 a rainfall data. The model with the highest precision sliding unbiased grey model was chosen and added to Markov model to generate grey Markov model and then compare it with grey model. Results showed that grey model gave a poor result for long-term prediction and highly fluctuant data. Therefore, based on grey model and Markov model, improved grey Markov model was established, which had their respective advantages and better predicting effects.

**Keywords:** reservoir; annual precipitation; GM(1, 1); sliding unbiased GM(1, 1); Markov model

水库, 可起防洪、蓄水灌溉、供水、发电等作用。水库年降雨量的大小对农业灌溉以及水库蓄调有着重要影响。本文以山西省寿阳县蔡庄水库研究区, 该水库始建于 1959 年 12 月, 1962 年 4 月竣工, 是一座以防洪为主兼顾灌溉、养殖和工业用水的中型水库。在以往有关降雨量预测的科学与研究中, 广大科研与技术工作人员使用的模拟方法较单一, 使用传统灰色模型的情况更多, 缺乏各种方法的比较与筛选, 对单一模型的缺陷改进不足, 尝试多种方法的搭配使用的情况也不多, 致使模型过于简单, 适用面较窄, 对不规则原始数据的适用程度较低, 从而降低了对波动性数据的模拟精准程度。

本文通过传统灰色、无偏灰色、滑动无偏灰色以

及滑动无偏灰色马尔科夫 4 种方法, 对水库年降雨量进行数值预测模拟, 模拟的数据可用于水库的蓄调管理, 同时可为周边农业区的灌溉养殖任务的完成提供有力的保障。另一方面, 该水库的年降雨量模拟预测值体现出的特征与规律也能够较好的反映出整个地区的水文降雨特征。

## 1 模型的建立

### 1.1 建立传统灰色模型

(1) 设原始序列<sup>[1]</sup>:

$$X^{(0)}(k) = [X^{(0)}(1), X^{(0)}(2), X^{(0)}(3), X^{(0)}(4), X^{(0)}(5), \dots, X^{(0)}(n)] \quad (1)$$

(2) 对  $X^{(0)}$  进行一次累加, 得:

收稿日期: 2013-06-14

修回日期: 2013-08-14

作者简介: 侯翔龙(1988—), 男(汉族), 河北省石家庄市人, 硕士研究生, 研究方向为水文学与水资源。E-mail: saayee@163.com。

通信作者: 阳辉(1988—), 女(汉族), 湖南省常宁市人, 硕士研究生, 研究方向为水土环境控制。E-mail: 2274316152@qq.com。

$$X^{(1)}(k)=[X^{(1)}(1), X^{(1)}(2), X^{(1)}(3), X^{(1)}(4), \\ X^{(1)}(5), \dots, X^{(1)}(n)] \quad (2)$$

对  $X^{(1)}$  相邻的两项求均值<sup>[2]</sup>, 得  $Z^{(1)}$ ,  
 $Z^{(1)}=[Z^{(1)}(2), Z^{(1)}(3), Z^{(1)}(4), \dots, Z^{(1)}(n)] \quad (3)$

于是:

$$B=\begin{bmatrix} -z^{(1)}(2) & 1 \\ -z^{(1)}(3) & 1 \\ -z^{(1)}(4) & 1 \\ -z^{(1)}(n) & 1 \end{bmatrix}, \quad Y=\begin{bmatrix} x^{(0)}(2) \\ x^{(0)}(3) \\ x^{(0)}(4) \\ x^{(0)}(n) \end{bmatrix} \quad (4)$$

对参数列  $\hat{a}=[a, b]^T$  进行最小二乘估计<sup>[3]</sup>, 得

$$\hat{a}=(B^TB)^{-1}B^TY=\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} \quad (5)$$

(3) 确定模型:

$$\frac{dx^{(1)}}{dt}+ax^{(1)}=b \quad (6)$$

(4) 时间响应序列:

$$\hat{x}^{(1)}(k+1)=[x^{(0)}(1)-\frac{b}{a}]e^{-ak}+\frac{b}{a} \quad (7)$$

还原求出  $X^{(0)}$  的模拟值。由

$$\hat{x}^{(0)}(k+1)=a^{(1)}\hat{x}^{(1)}(k+1) \\ =\hat{x}^{(1)}(k+1)-\hat{x}^{(1)}(k) \quad (8)$$

最终求出预测序列  $\hat{X}^{(0)}$ 。

## 1.2 建立无偏灰色模型

设立无偏 GM(1,1)模型的参数为  $u, A$ , 则对原始序列  $x_k^{(0)}=Ae^{u(k-1)}, k=1, 2, \dots, n$  做一次累加<sup>[4-5]</sup>, 生成

$$x_k^{(1)}=\sum x_k^{(0)}=A\frac{1-e^{uk}}{1-e^u}, k=1, 2, \dots, n \quad (9)$$

由传统 GM(1,1)方法建模得:

$$\begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}=(B^TB)^{-1}B^TY_n=\begin{bmatrix} 2(1-e^u)/(1+e^u) \\ 2A/(1+e^u) \end{bmatrix} \quad (10)$$

由式(10)可求得用传统 GM(1,1)模型参数  $a, b$  表示  $u$  和  $A$  的估计为:

$$u=\ln \frac{2-a}{2+a}, \quad A=\frac{2b}{2+a} \quad (11)$$

建立原始数据序列模型:

$$\hat{x}^{(0)}(1)=x^{(0)}(1), \hat{x}^{(0)}(k+1)=e^{uk} \\ (k=1, 2, \dots) \quad (12)$$

式中:  $\hat{x}^{(0)}(k+1) (k=0, 1, \dots, -1, n)$ ——原始数据序列的拟合值;  $\hat{x}^{(0)}(k+1) (k \geq n)$ ——原始数据序列的预测值。

## 1.3 建立滑动无偏灰色模型

对原始数据  $X^{(0)}$  进行一次加权滑动平均处理后<sup>[6]</sup>, 再建立无偏灰色模型, 这样形成滑动无偏灰色模型。

(1) 原始数列为:

$$X^{(0)}(k)=[x^{(0)}(1), x^{(0)}(2), x^{(0)}(3), \\ x^{(0)}(4), x^{(0)}(5), \dots, X^{(0)}(n)] \quad (13)$$

(2) 加权平均处理得:

$$X_1^{(0)}(k)=[x_1^{(0)}(1), x_1^{(0)}(2), x_1^{(0)}(3), \\ x_1^{(0)}(4), x_1^{(0)}(5), \dots, x_1^{(0)}(n)] \quad (14)$$

其中:

$$x_1^{(0)}(1)=\frac{1}{4}[3x^{(0)}(1)+x^{(0)}(2)] \quad (15)$$

$$x_1^{(0)}(n)=\frac{1}{4}[x^{(0)}(n-1)+3x^{(0)}(n)]$$

$$x_1^{(0)}(i)=\frac{1}{4}[x^{(0)}(i-1)+2x^{(0)}(i)+x^{(0)}(i+1)]$$

## 1.4 建立灰色无偏马尔科夫模型

1.4.1 状态的划分 以滑动无偏 GM(1,1)模型得出的原始数据序列曲线  $Y(k)$  为基准<sup>[7]</sup>, 在  $Y(k)$  上下两边分别做  $n, m$  ( $m$  和  $n$  可相同, 也可不同) 条与  $Y(k)$  平行的曲线, 这样,  $m+n+1$  条平行曲线共组成  $m+n$  个区间  $Q_1, Q_2, Q_3, \dots, Q_{m+n}$ 。处于不同区间中的点可依据所属区间距离中心线  $Y(k)$  曲线的远近, 表示自身的偏离程度。任意状态区间  $Q_i$  表达为:  $Q_i=[Q_{i1}, Q_{i2}] (i=1, 2, 3, \dots, s), P_{ij}(k)=M_{ij}(k)/M_i (i=1, 2, 3, \dots, s)$ , 其中:  $Q_{i1}=\hat{Y}(k)+A_i, Q_{i2}=\hat{Y}(k)+B_i$  [ $A_{(i)}, B_{(i)}$  是平移常数]。

1.4.2 状态转移概率矩阵 状态划分好以后, 利用  $m$  步状态转移概率的计算公式:

$$P_{ij}(k)=M_{ij}(k)/M_i \quad (i=1, 2, 3, \dots, s)$$

式中:  $M_{ij}(k)$ ——由状态  $E_i$  经过  $k$  步转移到状态  $E_j$  的原始数据的个数;  $M_i$ ——处于状态  $E_i$  的原始数据的个数;  $P_{ij}(k)$ ——由状态  $E_i$  经  $k$  步转移到状态  $E_j$  的概率, 状态转移概率矩阵:

$$P(k)=\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & \dots & P_{1N} \\ P_{21} & P_{22} & \dots & P_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ P_{N1} & P_{N2} & \dots & P_{NN} \end{bmatrix}$$

## 2 模型仿真

### 2.1 研究区简介

研究区为蔡庄水库, 1964—2008 年坝址以上流域面积多年平均降水量为 502.3 mm, 最大年降水量为 760.5 mm, 年份为 1973 年; 最小年降水量为 246.4 mm, 年份为 1972 年。流域主要地貌类型为黄土丘陵区 and 土石山区。本文研究的数据样本取自水库的年降水量资料, 其中 1964—2003 年的降水资料为模型的原始数据, 2004—2008 年的降水资料为模型模拟数据。数据分析软件为 Matlab 2012。

### 2.2 3 种灰色模拟方法模拟结果比较

根据前面所建立的传统灰色模型、无偏灰色模型、滑动无偏灰色模型进行模拟计算, 结果见表 1。

表 1 3 种灰色模拟法模拟结果

年份	实际年降雨量/mm	传统灰色模型		无偏灰色模型		滑动无偏灰色模型	
		模拟值/mm	相对误差	模拟值/mm	相对误差	模拟值/mm	相对误差
2004	386.2	450.774 0	0.167 20	450.462 2	0.166 40	454.108 3	0.175 84
2005	453.7	448.440 1	0.011 59	448.129 9	0.012 28	451.980 0	0.003 79
2006	601.3	446.118 3	0.258 08	445.809 7	0.258 59	449.861 8	0.251 85
2007	564.1	443.808 5	0.213 24	443.501 5	0.213 79	447.753 4	0.206 25
2008	525.9	441.510 6	0.160 47	441.205 3	0.161 05	445.654 9	0.152 59

同时,将 3 种灰色模拟法得出的模拟结果分别与  
实际降雨量进行比较(见图 1—3)。

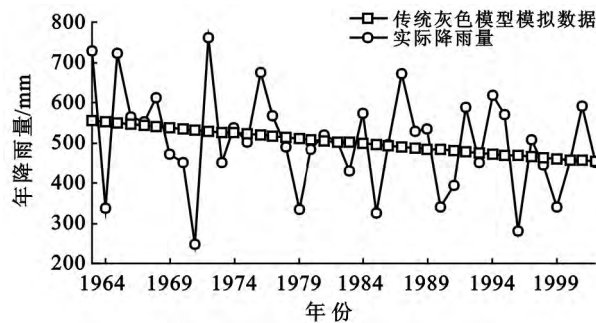


图 1 蔡庄水库实际年降雨量与传统灰色模型模拟降雨量对比

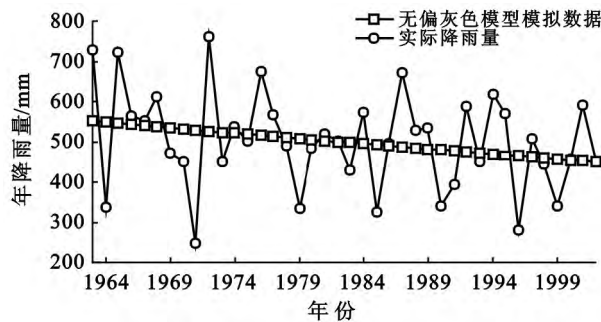


图 2 蔡庄水库实际年降雨量与无偏灰色模型模拟降雨量对比

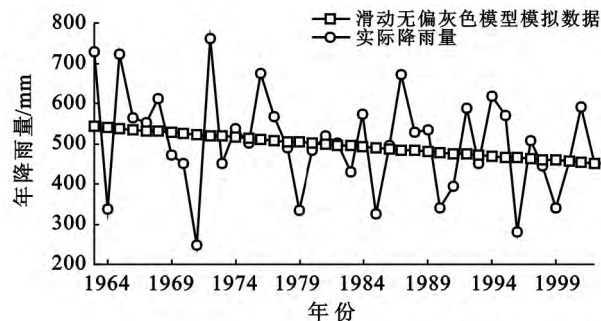


图 3 蔡庄水库实际年降雨量与滑动  
无偏灰色模型模拟降雨量对比

由图 1—3 可以看出,3 种灰色模拟方法精度相  
当,改进灰色模拟方法的模拟效果提高并不明显,这  
是因为 2004—2008 年这 5 a 间,每年的降雨量变化幅  
度相对较大,而原始数据量庞大运用了 40 a 的实际

降雨数据,并且数据从总体看接近线性,所以传统灰  
色模型的模拟效果得到了很大的提高,作者曾在另外  
的数据模拟中发现,如若减少原始数据量,传统灰色  
模型的模拟精度将大大下降,另外两种改进灰色模型  
精度虽然也会下降,但是最终模拟效果要优于传统灰  
色模型,这是因为当数据量减小时,从另一角度看,数  
据的波动性将相对变大,从而影响了传统灰色模型的  
模拟精度。

尽管两种改进灰色方法使得模型模拟效果有了  
一定的提高,但是仍然克服不了灰色模型对于非线性  
数据的不适性,为了进一步的提高模拟精度,对滑动  
无偏灰色模型进行马尔科夫修正,建立滑动无偏灰色  
马尔科夫模型。

2.3 对滑动无偏灰色模型进行马尔科夫修正

2.3.1 状态划分 按 1964—2003 年的滑动无偏灰  
色模型模拟数据与实际降雨数据的相对误差的大小  
划分。分为 5 个区间,设相对误差为  $C$ 。区间 1: $C_1 \in$   
 $(-\infty, -0.3)$ ;区间 2: $C_2 \in (-0.3, -0.1)$ ;区间 3:  
 $C_3 \in (-0.1, 0)$ ;区间 4: $C_4 \in (0, 0.1)$ ;区间 5: $C_5 \in$   
 $(0.1, 0.3)$ ;区间 6: $C_6 \in (0.3, 0.5)$ 。

2.3.2 一次转移概率矩阵 由区间得滑动无偏灰色  
模型模拟数据的一次转移概率矩阵,设: $C_1 = 1, C_2 =$   
 $2, C_3 = 3, C_4 = 4, C_5 = 5, C_6 = 6$ 。

$$P_I = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{10} & \frac{3}{10} & \frac{2}{10} & \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \\ 0 & \frac{2}{10} & \frac{3}{10} & \frac{3}{10} & \frac{1}{10} & \frac{1}{10} \\ 0 & \frac{3}{6} & \frac{1}{6} & 0 & 0 & \frac{2}{6} \\ 0 & \frac{2}{5} & \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & \frac{2}{7} & \frac{1}{7} & \frac{1}{7} & 0 \end{bmatrix}$$

由一次转移概率矩阵发现 2003 年的数据属于第  
4 行,由以上得 2004 年滑动无偏灰色马尔科夫模型  
模拟数据为 448.2 mm。模型采用等维新信息方法处  
理,去掉最靠前 1964 年的数据,加入新近预测出的

2004 年的数据,再推算出下一年数据。由此得到的 5 a 模拟数据与原始数据对比(见表 2)。

表 2 改进灰色模型与改进灰色马尔科夫模拟法模拟结果比较

年份	实际年 降雨量/ mm	滑动无偏 灰色模型		滑动无偏灰色 马尔科夫模型	
		模拟值/ mm	相对 误差	模拟值/ mm	相对 误差
2004	386.2	454.108	0.175 8	450.3	0.165 98
2005	453.7	451.980	0.003 8	455.5	0.003 97
2006	601.3	449.862	0.251 9	460.1	0.234 82
2007	564.1	447.753	0.206 3	506.1	0.102 91
2008	525.9	445.655	0.152 5	511.1	0.028 14

### 3 结 论

通过对滑动无偏灰色模型进行马尔科夫修正,提高了模型模拟数据的精确程度。当历年径流量发生非线性波动时,改进灰色马尔科夫模型精度提升更为明显,这也体现了对灰色模型进行马尔科夫修正的必要性。但是从模拟结果来看,部分年份的模拟精度仍然不高,另外两种改进灰色模拟方法模拟精度提高有限,个别年份精度甚至低于传统模型。在灰色马尔科夫模型的建立过程中,使用等维新信息的方法,原始

数据实时更新,从而提高了模型的精度。马尔科夫模型的分区的是决定的模型模拟效果好坏的关键,理论上分区越详细越好,但是实际操作发现,过于密集的分区会导致模拟新数据区间不易选择,从而增大了误差,因此,区间的合理划分与判断是今后值得关注与改进的一个方向。

#### [参 考 文 献]

- [1] 张鑫,任永泰,王福林,等. 基于改进灰色马尔科夫模型的年降雨量预测[J]. 数学的实践与认识,2011,41(11): 51-57.
- [2] 陈钊,徐阿猛. 基于灰色马尔科夫模型的钻孔瓦斯流量预测[J]. 中国安全科学学报,2012,22(3):79-85.
- [3] 景亚平,张鑫,罗艳. 基于灰色神经网络与马尔科夫链的城市需水量组合预测[J]. 西北农林科技大学学报,2011,39(7):229-234.
- [4] 张国帅. 基于累积法的灰色马尔科夫预测模型及其应用[J]. 知识丛林,2011(8):157-158.
- [5] 高阳,谭阳波. 基于新维无偏灰色马尔科夫预测模型的中长期能源消费预测[J]. 统计与决策,2007(22):55-57.
- [6] 于祥雨. 利用马尔科夫链方法对舟山经济发展的研究及预测[J]. 浙江海洋学院学报,2013,32(1):75-80.
- [7] 王文圣,丁晶,金菊良. 随机水文学[M]. 北京:中国水利水电出版社,2008:10-20.

(上接第 153 页)

- [10] Aharoni C, Sparks D L. Kinetics of soil chemical reaction: a theoretical treatment[M]// Sparks D L, Suarez D L. Rates of Soil Chemical Processes. SSSA Spec. Publ. No. 27. Madison W; SSSA, ASA, 1991:1-18.
- [11] Doberman A, Langner H, Mutscher H, et al. Nutrient adsorption kinetics of ion exchange resin capsules: A study with soils of international origin[J]. Commun. Soil Sci. Plant Anal., 1994, 25 (9/10): 1329-1353.
- [12] Yang J E, Skogley E O. Diffusion kinetics of multinutrient accumulation by mixed-bed ion-exchange resins[J]. Soil Sci. Soc. Am. J., 1992, 56(2):408-414.
- [13] 鲁如坤. 土壤农业化学分析方法[M]. 北京:中国农业科技出版社,1999.
- [14] Jacques L L, Dale W J, Guy R M. Adsorption and recovery of dissolved organic phosphorus and nitrogen by mixed-bed ion-exchange resin[J]. Soil Sci. Am. J., 2003, 67(3):889-894.
- [15] Samuel M Simkin, David N Lewis, Kathleen C Weathers, et al. Determination of sulfate, nitrate, and chloride in throughfall using ion-exchange resins [J]. Water, Air, and Soil Pollution, 2004, 153(1/4):343-354.
- [16] Jeffrey M K, Matthew J B, Dale W J. Potential canopy interception of nitrogen in the Pacific Northwest, USA[J]. Forest Ecology and Management, 2006, 234 (1):344-354.
- [17] Somasiri L L W, Edwards A C. An ion exchange resin method for nutrient exchange of agricultural advisory soil samples[J]. Commun. Soil Sci. Plant Anal., 1992, 23(7/8):645-657.
- [18] 楼威,周佳音,李共国,等. 疏浚后杭州西湖富营养化评价[J]. 中国环境监测,2007,23(1):63-66.
- [19] 毛成贵,余雪芳,邵晓阳. 杭州西湖总氮、总磷周年变化与水体富营养化研究[J]. 水生态学杂志,2007,3(4):1-7.
- [20] 张志兵,施心路,杨仙玉,等. 杭州西湖与京杭大运河杭州城区段水质对比研究[J]. 杭州师范大学学报,2011, 10(1):59-63.